

KEMANDIRIAN BERPIKIR MATEMATIS DALAM PEMBELAJARAN KOMBINATORIKA
PADA MAHASISWA CALON GURU MATEMATIKA DI UNIVERSITAS BENGKULU



RINGKASAN DISERTASI

diajukan untuk memenuhi sebagian syarat untuk memperoleh gelar
Doktor Pendidikan Matematika

Oleh:

SYAFDI MAIZORA

NIM: 2002335

**PROGRAM DOKTORAL PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA
2026**

ABSTRAK

Syafdi Maizora (2026). *Kemandirian Berpikir Matematis Dalam Pembelajaran Kombinatorika Pada Mahasiswa Calon Guru Matematika Di Universitas Bengkulu*

Kemandirian berpikir matematis merupakan kompetensi esensial bagi mahasiswa calon guru matematika, namun realitas menunjukkan adanya kesenjangan antara harapan dan kondisi aktual, khususnya pada materi kombinatorika. Penelitian ini bertujuan mengidentifikasi hambatan belajar dan faktor penyebab rendahnya kemandirian berpikir matematis, merancang dan mengimplementasikan desain didaktis berbasis *the Theory of Didactical Situations* melalui kerangka *Didactical Design Research*, serta menghasilkan desain didaktis yang dapat meningkatkannya. Penelitian menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode *Didactical Design Research* yang melibatkan 27 mahasiswa angkatan 2022 pada tahap analisis prospektif dan 27 mahasiswa angkatan 2023 pada tahap implementasi. Pengumpulan data dilakukan melalui tes kemandirian berpikir matematis, wawancara, observasi, dan dokumentasi. Instrumen tes dikembangkan berdasarkan lima level hierarkis: Level 0 (Kesadaran akan Keterbatasan dalam Menyatakan Ulang Informasi), Level 1 (Keingintahuan dalam Merumuskan Tujuan dan Langkah), Level 2 (Ketekunan Intelektual dalam Memilah dan Merepresentasikan Informasi), Level 3 (Keberanian Intelektual dan Otonomi Epistemik dalam Memilih dan Menjalankan Strategi), dan Level 4 (Keterbukaan Pikiran dan Refleksi Diri dalam Mengembangkan Strategi Alternatif). Hasil penelitian mengungkap bahwa seluruh mahasiswa mencapai Level 0, namun hanya 22% mencapai Level 1 dan 0% mencapai Level 2, 3, dan 4 pada tes awal. Hambatan belajar utama meliputi: ketidakmampuan mengidentifikasi informasi nonangka, menetapkan tujuan dan langkah penyelesaian, menemukan informasi implisit, mengintegrasikan syarat kontekstual, serta ketiadaan fleksibilitas strategi. Faktor penyebabnya bersumber dari tiga jenis hambatan belajar: ontogenik instrumental, epistemologis, dan didaktis. Desain didaktis hipotetik yang dikembangkan melalui empat fase *the Theory of Didactical Situations* (aksi, formulasi, validasi, institusionalisasi) menunjukkan efektivitas pada fase aksi dan formulasi untuk materi aturan penjumlahan, perkalian, dan korespondensi satu-satu. Namun, analisis metapedadidaktik mengungkap enam titik kritis yang memerlukan perbaikan terkait generalisasi simbolik, peran irisan, dominasi hafalan rumus, generalisasi parsial, representasi, dan koneksi numerik. Berdasarkan temuan tersebut, dihasilkan desain didaktis empiris dengan tujuh perbaikan: instruksi simbolisasi eksplisit, antisipasi kontraposis untuk irisan, *scaffolding* konstruksi rumus permutasi, penambahan contoh konkret pada generalisasi permutasi siklis, pengaturan representasi awal pada kombinasi dengan pengulangan, revisi pertanyaan kesimpulan, dan penambahan pertanyaan metakognitif. Hasil tes akhir menunjukkan peningkatan capaian dengan 10 mahasiswa pada Level 0, 4 pada Level 1, 7 pada Level 2, 1 pada Level 3, dan 5 pada Level 4. Penelitian ini memberikan kontribusi teoretis berupa elaborasi konstruk kemandirian berpikir matematis dalam konteks kombinatorika, integrasi instrumen lima level ke dalam siklus *Didactical Design Research*, serta pemetaan hambatan belajar kombinatorika pada mahasiswa calon guru. Secara praktis, desain didaktis empiris menawarkan cetak biru pedagogis yang dapat diadaptasi dalam pembelajaran kombinatorika di perguruan tinggi untuk mengembangkan kemandirian berpikir matematis calon guru.

Kata Kunci : *Didactical Design Research*, Kemandirian Berpikir Matematis, Kombinatorika, Mahasiswa Calon Guru Matematika, *the Theory of Didactical Situations*.

ABSTRACT

Syafdi Maizora (2026). *Independent Mathematical Thinking in Combinatorics Learning for Prospective Mathematics Teachers at the University of Bengkulu*

Independent mathematical thinking is an essential competence that prospective mathematics teachers must develop; however, reality reveals a gap between expectations and actual conditions, particularly in combinatorics. This study aims to identify learning obstacles and the causal factors of the low level of independent mathematical thinking, to design and implement a didactic design based on the Theory of Didactical Situations through the Didactical Design Research (DDR) framework, and to produce a didactic design that can enhance this competence. This qualitative study employed the DDR method, involving 27 students from the 2022 cohort in the prospective analysis phase and 27 students from the 2023 cohort in the implementation phase. Data were collected through independent mathematical thinking tests, interviews, observations, and documentation. The test instrument was developed based on five hierarchical levels: Level 0 (Awareness of Limitations in Restating Information), Level 1 (Intellectual Curiosity in Formulating Goals and Steps), Level 2 (Intellectual Perseverance in Sorting and Representing Information), Level 3 (Intellectual Courage and Epistemic Autonomy in Selecting and Executing Strategies), and Level 4 (Open-Mindedness and Self-Reflection in Developing Alternative Strategies). The findings revealed that all students achieved Level 0, but only 22% achieved Level 1 and none achieved Levels 2, 3, and 4 in the initial test. The main learning obstacles included: the inability to identify non-numerical information, to formulate goals and solution steps, to find implicit information, to integrate contextual requirements, and the absence of strategic flexibility. The causal factors originated from three types of learning obstacles: instrumental ontogenic, epistemological, and didactic obstacles. The hypothetical didactic design developed through the four phases of the Theory of Didactical Situations (action, formulation, validation, institutionalization) demonstrated effectiveness in the action and formulation phases for the topics of the sum rule, the product rule, and one-to-one correspondence. However, metapedadidactic analysis revealed six critical points requiring revision regarding symbolic generalization, the role of set intersection, the dominance of formula memorization, partial generalization, representation, and numerical connections. Based on these findings, an empirical didactic design was produced with seven improvements: explicit symbolization instruction, contrastive anticipation for set intersection, scaffolding for permutation formula construction, the addition of concrete examples for circular permutation generalization, the regulation of initial representation in combinations with repetition, the revision of conclusion questions, and the addition of metacognitive questions. The final test results showed improved achievement, with 10 students at Level 0, 4 at Level 1, 7 at Level 2, 1 at Level 3, and 5 at Level 4. This study makes theoretical contributions through the elaboration of the independent mathematical thinking construct in the context of combinatorics, the integration of the five-level instrument into the DDR cycle, and the mapping of combinatorial learning obstacles for prospective teachers. Practically, the empirical didactic design offers a pedagogical blueprint that can be adapted in combinatorics learning in higher education to develop prospective teachers' independent mathematical thinking.

Keywords: Combinatorics, Didactical Design Research, Independent Mathematical Thinking, Prospective Mathematics Teachers, Theory of Didactical Situations.

DAFTAR ISI

ABSTRAK.....	ii
ABSTRACT.....	iii
DAFTAR ISI.....	iv
A. Latar Belakang Masalah.....	5
B. Perumusan Masalah.....	7
C. Tujuan Penelitian.....	7
D. Manfaat Penelitian.....	8
E. Landasan Teoretis: Berpikir, Berpikir Matematis, dan Pemecahan Masalah	8
F. Kemandirian Berpikir Matematis.....	10
G. Teori Situasi Didaktis	14
H. <i>Didactical Design Research</i> dalam Pembelajaran Matematika	15
I. Metode dan Desain Penelitian	16
J. Partisipan	17
K. Prosedur Penelitian.....	17
L. Instrumen Penelitian	18
M. Teknik Pengumpulan Data.....	20
N. Analisis Data.....	21
O. HASIL PENELITIAN	22
P. PEMBAHASAN	29
Q. Simpulan.....	44
DAFTAR PUSTAKA	47

A. Latar Belakang Masalah

Kemandirian berpikir matematis merupakan kompetensi esensial bagi mahasiswa calon guru matematika. Dokumen UNESCO (1998) secara eksplisit menempatkan kemandirian berpikir sebagai kompetensi wajib mahasiswa perguruan tinggi, disejajarkan dengan kemampuan komunikasi, analisis kreatif dan kritis, serta kerja tim. Xamzayeva dan Rahimova (2021) menegaskan bahwa kemandirian berpikir adalah aset besar yang harus sejalan dengan pengetahuan agar pendidikan berfungsi optimal. Khamidovna, Saidovna, dan Bakhtiyarovna (2021) menambahkan bahwa pendidikan berperan khusus membentuk kemandirian berpikir pada usia belajar, yang memungkinkan peserta didik mengembangkan kemampuan kreatifnya.

Secara konseptual, kemandirian berpikir matematis bukanlah konstruk semata-mata kognitif. Dalam perspektif epistemologi keutamaan (*virtue epistemology*), kemandirian berpikir mencakup dimensi karakter intelektual seperti keingintahuan, keberanian intelektual, otonomi epistemik, keterbukaan pikiran, dan refleksi diri (Baehr, 2011; Ritchhart, 2002). Hoffmann (2008) mendefinisikan kemandirian berpikir sebagai kemampuan berpikir sendiri dengan mempercayai penilaian sendiri meskipun bertentangan dengan pendapat orang lain. Suryadi (2019) menegaskan bahwa kemandirian berpikir harus dimulai dari pendidik, karena guru yang berpikir imitatif akan sulit melahirkan generasi yang mandiri berpikir. Guru yang tidak memiliki pengalaman berpikir otonom tidak akan mampu mendesain pembelajaran yang mendorong kemandirian berpikir siswanya.

Hersh (2003) memberikan contoh nyata melalui kasus peserta didik kembar yang memberikan respons berbeda pada soal 2, 4, 8, 16—seorang menjawab 16 dan yang lain 2, dengan alasan yang sama-sama logis. Kasus ini menunjukkan bahwa pembelajaran yang tidak mendorong kemandirian berpikir melahirkan proses yang kaku. Prastyo (2020) mencatat bahwa kemampuan peserta didik Indonesia dalam menyelesaikan masalah termasuk kategori rendah, mengindikasikan kemandirian berpikir yang masih rendah dan memerlukan intervensi sistematis.

Pemilihan mahasiswa calon guru matematika sebagai subjek penelitian didasarkan pada pertimbangan strategis. Kurikulum Merdeka menekankan pembelajaran berpusat pada peserta didik dan pengembangan berpikir kritis, yang berimplikasi pada kompetensi guru masa depan. Guru hanya dapat mendesain pembelajaran yang mendorong pemikiran mandiri jika ia sendiri mengalami dan menginternalisasi proses berpikir mandiri selama masa pendidikannya. Dengan demikian, pengembangan kemandirian berpikir pada calon

guru merupakan sarana strategis untuk mewujudkan generasi peserta didik yang mandiri dan reflektif.

Temuan awal terhadap mahasiswa calon guru matematika di Universitas Bengkulu menunjukkan kesenjangan signifikan. Wawancara terhadap tiga mahasiswa berprestasi tinggi (IPK tertinggi) pada Februari 2022 mengungkap bahwa mereka masih kesulitan menyelesaikan masalah kombinatorika non-rutin dan memerlukan verifikasi eksternal. Pemilihan subjek unggul merupakan *extreme case testing*: jika mahasiswa terbaik pun menunjukkan kelemahan, maka terdapat masalah sistemik. Ketiga mahasiswa diberikan dua masalah kombinatorika melalui Zoom: masalah pertama mengukur kemampuan menghadapi situasi non-rutin (susunan angka terbesar ke terkecil menuntut pemikiran kombinasi); masalah kedua mengukur kemampuan mengekstraksi informasi implisit (dari 8 kotak dengan 4 merah dan 3 hitam, tersirat 1 putih dan keunikan setiap bola). Hasilnya menunjukkan bahwa kemandirian berpikir matematis tidak hanya terkait kemampuan kognitif tetapi juga disposisi non-kognitif seperti keberanian intelektual dan otonomi epistemik.

Kondisi serupa ditemukan dalam pembelajaran di semester ganjil 2022/2023: dari 61 mahasiswa geometri transformasi, hanya 17 mampu menjawab masalah baru; alasan dominan adalah ketidakmampuan menyatakan masalah dalam matematika. Pada semester genap 2022/2023, dari 67 mahasiswa, hanya satu yang dapat menentukan nilai minimal-maksimal penjumlahan faktor 128. Fakta ini mengindikasikan kemandirian berpikir matematis mahasiswa calon guru masih rendah dan memerlukan intervensi sistematis.

Penelitian ini menempatkan kemandirian berpikir matematis dalam konteks kombinatorika karena: (1) kombinatorika menuntut penalaran struktural melampaui hafalan prosedur; (2) materi ini sarat informasi nonnumerik yang menjadi penentu kritis membedakan permutasi dan kombinasi; (3) kesulitan mahasiswa dalam kombinatorika telah lama dilaporkan namun belum banyak diintervensi melalui desain didaktis sistematis.

Berdasarkan pemetaan penelitian terdahulu, terdapat celah penelitian (*research gap*): penelitian tentang kemandirian berpikir matematis belum mengoperasionalkannya dalam lima level hierarkis pada materi kombinatorika untuk mahasiswa calon guru; penelitian pengembangan desain didaktis kombinatorika fokus pada peningkatan kemampuan kombinatorika kemandirian berpikir; penelitian yang menggunakan *Didactical Design Research (DDR)* belum menggabungkannya dengan *Theory of Didactical Situations (TDS)*. Padahal, penggabungan ini diperlukan karena kemandirian berpikir matematis memiliki karakteristik khusus yang menuntut pendekatan didaktis—

ketergantungan pada prosedur hafalan, ketidakmampuan menemukan informasi implisit, dan absennya strategi alternatif—yang menunjukkan bahwa kemandirian berpikir bukanlah masalah kognitif semata, melainkan masalah didaktis.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini diarahkan untuk mengungkap hambatan belajar mahasiswa calon guru matematika dalam kemandirian berpikir matematis pada materi kombinatorika, mengembangkan alternatif pembelajaran berbasis *TDS* melalui kerangka *DDR*, serta menghasilkan desain didaktis yang dapat meningkatkannya.

B. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, dirumuskan masalah penelitian sebagai berikut.

1. Apa hambatan belajar yang dihadapi oleh mahasiswa calon guru matematika di Universitas Bengkulu dalam kemandirian berpikir matematis pada materi kombinatorika?
2. Apa faktor penyebab terjadinya hambatan belajar pada mahasiswa calon guru matematika di Universitas Bengkulu dalam kemandirian berpikir matematis pada materi kombinatorika?
3. Bagaimana desain didaktis hipotetik yang dapat mengatasi hambatan belajar kemandirian berpikir matematis mahasiswa calon guru matematika pada materi kombinatorika, ditinjau dari aspek situasi didaktis, antisipasi didaktis-pedagogis, dan kesesuaian desain dengan respons belajar mahasiswa?
4. Bagaimana kesesuaian antara desain didaktis hipotetik dengan respons aktual mahasiswa selama implementasi, dan aspek-aspek didaktis mana yang menunjukkan indikasi efektivitas dalam mengatasi hambatan belajar kemandirian berpikir matematis pada materi kombinatorika?
5. Bagaimana desain didaktis yang dapat meningkatkan kemandirian berpikir matematis pada mahasiswa calon guru matematika di Universitas Bengkulu pada materi kombinatorika?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penelitian ini adalah:

1. Memperoleh gambaran tentang hambatan belajar yang dihadapi mahasiswa calon guru matematika di Universitas Bengkulu dalam kemandirian berpikir matematis pada materi kombinatorika.

2. Mengidentifikasi faktor-faktor penyebab terjadinya hambatan belajar kemandirian berpikir matematis pada mahasiswa calon guru matematika di Universitas Bengkulu pada materi kombinatorika.
3. Merancang desain didaktis yang secara spesifik merespons hambatan belajar kemandirian berpikir matematis mahasiswa calon guru matematika pada materi kombinatorika, berdasarkan prinsip-prinsip Teori Situasi Didaktis.
4. Mendeskripsikan proses penerapan alternatif pembelajaran terhadap hambatan belajar kemandirian berpikir matematis pada mahasiswa calon guru matematika di Universitas Bengkulu pada materi kombinatorika, serta mengidentifikasi aspek-aspek desain yang menunjukkan indikasi efektivitas berdasarkan kesesuaian antara prediksi dan respons aktual mahasiswa.
5. Menghasilkan desain pembelajaran yang dapat meningkatkan kemandirian berpikir matematis mahasiswa calon guru matematika di Universitas Bengkulu pada materi kombinatorika.

D. Manfaat Penelitian

Penelitian ini memberikan kontribusi bagi perkembangan pendidikan matematika, khususnya dalam: (1). Mengetahui secara mendalam hambatan belajar yang dihadapi mahasiswa calon guru matematika dalam kemandirian berpikir matematis pada materi kombinatorika. (2). Menyediakan desain didaktis yang dapat dijadikan acuan untuk meningkatkan kemandirian berpikir matematis mahasiswa dalam menyelesaikan masalah kombinatorika. (3). Memberikan sumbangan empiris dan teoretis bagi pengembangan pembelajaran matematika di lingkungan perguruan tinggi, khususnya di Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Bengkulu.

E. Landasan Teoretis: Berpikir, Berpikir Matematis, dan Pemecahan Masalah

Berpikir merupakan fondasi bagi setiap aktivitas intelektual manusia, termasuk dalam pembelajaran matematika. Sternberg (1997) mendefinisikan berpikir sebagai proses mental yang melibatkan pemrosesan informasi untuk memahami dunia di sekitar kita. Sternberg mengemukakan dua kemampuan berpikir utama yang saling melengkapi: berpikir divergen dan berpikir konvergen. Berpikir divergen adalah kemampuan untuk menghasilkan banyak ide atau berbagai kemungkinan solusi untuk suatu masalah. Sternberg memandang berpikir divergen sebagai kemampuan kreatif yang penting dalam mencari solusi untuk masalah yang kompleks, yang melibatkan aspek *fluency* (kelancaran), *flexibility* (fleksibilitas), *originality* (keaslian), *elaboration* (penjelasan), dan *risk taking*

(pengambilan risiko) (Guilford, 1950; Kim, 2006; Lubart, 1994; Runco, 2004). Sebaliknya, berpikir konvergen berfokus pada menemukan solusi atau jawaban yang tepat dan logis dari masalah yang diberikan, melibatkan pemilihan dan pengembangan satu solusi tunggal dari berbagai alternatif yang mungkin (Sternberg, 1997). Proses berpikir konvergen melibatkan strategi analitis seperti menemukan, memahami, membandingkan, dan mengevaluasi informasi, serta menerapkan standar, strategi, menguji solusi, dan refleksi.

Dewey (1910) memandang berpikir dari perspektif yang berbeda namun saling melengkapi, yaitu sebagai suatu tindakan atau proses yang mempertanyakan, mencari, dan memecahkan masalah. Dewey mengemukakan lima tahapan berpikir yang bersifat siklus: pengamatan (pengumpulan data), kegelisahan (pemeriksaan data dan perumusan masalah), hipotesis (pembuatan dugaan), percobaan (pengujian hipotesis), dan kesimpulan (evaluasi dan perumusan solusi). Dewey menekankan bahwa berpikir yang baik harus melibatkan seluruh lima tahapan dan tidak terpisahkan dari tindakan atau pengalaman nyata. Kedua teori ini saling melengkapi secara hierarkis dan dinamis: Dewey menyediakan kerangka makro berupa siklus reflektif, sedangkan Sternberg menyediakan kerangka mikro berupa komponen kognitif yang menggerakkan setiap tahapan siklus tersebut. Sinergi keduanya tidak bersifat sekuensial melainkan interaksi dinamis antara divergensi dan konvergensi yang terjadi hampir di setiap tahapan. Integrasi teoretis ini memberikan justifikasi yang kuat bagi pengoperasionalisasian konstruk kemandirian berpikir matematis.

Berpikir matematis merupakan bentuk khusus dari berpikir yang terjadi dalam konteks matematika. Burton (1984) mendefinisikan berpikir matematis sebagai cara yang digunakan manusia dalam memahami lingkungan atau masalah secara matematis. Mason, Burton, dan Stacey (2010) mengemukakan lima asumsi penting: semua orang dapat berpikir matematis; berpikir matematis dapat ditingkatkan dengan latihan reflektif; dimunculkan oleh kontradiksi, tekanan, dan kejutan; didukung oleh suasana bertanya, tantangan, dan reflektif; serta membantu memahami diri dan dunia. Stacey (2006) mengidentifikasi empat proses dasar yang saling terkait: *specialising* (mencoba kasus khusus), *generalising* (melihat pola), *conjecturing* (memprediksi hubungan), dan *convincing* (menemukan dan mengomunikasikan alasan). Sifat iteratif dari siklus Stacey menggambarkan sifat eksploratif dan *self-correcting* dari berpikir matematis. Kerangka Stacey diposisikan sebagai teori yang secara operasional menjembatani teori Dewey dan Sternberg: tahap *specialising* dan *generalising* memerlukan berpikir divergen; tahap *conjecturing* berada pada titik temu divergen dan konvergen; tahap *convincing* menuntut

berpikir konvergen. Penelitian empiris mendukung kerangka ini (Mursidik, Syamsiyah, & Rudyanto, 2015; Firman & Purnami, 2016; Romli, 2017; Perkasa & Astuti, 2022).

Pemecahan masalah matematika merupakan konteks utama di mana proses berpikir matematis diuji dan dikembangkan. Dewey (1910) mendefinisikan masalah sebagai situasi yang membingungkan, menantang, dan menggoyahkan keyakinan. Henderson dan Pingry (1953) menambahkan bahwa suatu situasi adalah masalah atau tidak tergantung pada reaksi individu. Avcu dan Avcu (2010) menyatakan bahwa agar situasi menjadi masalah, harus ada tantangan, situasi baru, kebingungan, dan kemauan mencari solusi. Polya (1973) membedakan masalah rutin (memiliki prosedur baku) dan non-rutin (belum memiliki prosedur baku), serta mengemukakan empat langkah utama: memahami masalah, menyusun rencana, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali. Mason, Burton, dan Stacey (2010) mengemukakan tiga fase: *Entry*, *Attack*, dan *Review*. Jonassen (1997) membedakan masalah terstruktur dan tidak terstruktur. Mayer dan Wittrock (2006) menekankan bahwa pemecahan masalah adalah pemrosesan kognitif yang diarahkan. Dostál (2015) merangkum empat karakteristik: bersifat kognitif, proses, diarahkan oleh tujuan, dan personal.

Pemecahan masalah menjadi konteks utama munculnya kemandirian berpikir matematis. Kenyataan bahwa status suatu masalah berubah seiring pengalaman (Polya, 1973; Avcu & Avcu, 2010), serta strategi-strategi seperti *act it out* dan *make a systematic list* menuntut mahasiswa merancang sendiri langkah penyelesaiannya, mengisyaratkan bahwa perbedaan kualitas pemecahan masalah tidak semata-mata soal pengetahuan konten, melainkan soal seberapa mandiri seseorang berpikir dalam menghadapi situasi yang belum memiliki prosedur baku. Dengan demikian, ketiga landasan teoretis ini—teori berpikir, proses berpikir matematis, dan pemecahan masalah—secara bersama-sama membentuk fondasi bagi pengembangan konstruk kemandirian berpikir matematis yang menjadi fokus penelitian ini.

F. Kemandirian Berpikir Matematis

Kemandirian berpikir dalam kajian psikologi dan pendidikan dipandang sebagai kemampuan individu untuk berpikir sendiri dan mengambil penilaian tanpa sekadar mengikuti pemikiran orang lain. Chen (2020) mendefinisikan kemandirian berpikir sebagai kemampuan mengambil keputusan secara independen tanpa dipengaruhi pemikiran orang lain, berakar pada berpikir kritis dan menekankan keberanian memiliki pandangan berbeda. Hoffmann (2008) menambahkan bahwa pemikir mandiri merasa perlu memahami sesuatu berdasarkan pengamatan dan pengalaman pribadi, mempercayai kemampuannya

untuk menilai meskipun bertentangan dengan pendapat orang lain, dan menjadikan kesalahan sebagai bahan belajar. Suryadi (2019) menegaskan bahwa kemandirian berpikir harus dimulai dari pendidik, karena guru yang masih berpikir secara imitasi akan sulit melahirkan generasi yang mandiri berpikir.

Secara ontologis, kemandirian berpikir matematis tidak dapat dipahami sebagai isolasi kognitif yang murni, melainkan sebagai relasi dialektis antara otonomi dan intersubjektivitas. Kemandirian tidak berarti menolak semua pengaruh eksternal, tetapi memiliki kapasitas untuk secara kritis mengevaluasi, memilih, dan mengintegrasikan pengaruh tersebut ke dalam struktur penalaran sendiri. Hal ini sejalan dengan pandangan epistemologi sosial yang menekankan bahwa pengetahuan dibangun dalam komunitas, namun tetap memerlukan otonomi epistemik individu (Goldman, 2011; Longino, 2002).

Dalam perspektif filsafat ilmu, khususnya epistemologi keutamaan (*virtue epistemology*), kemandirian berpikir mencakup dimensi karakter intelektual yang melampaui sekadar kemampuan prosedural. Baehr (2011) dan Ritchhart (2002) mengidentifikasi keutamaan intelektual seperti keingintahuan, keberanian intelektual, otonomi epistemik, keterbukaan pikiran, dan refleksi diri sebagai komponen esensial dari pemikir yang mandiri. Otonomi epistemik telah lama diidentifikasi sebagai keutamaan intelektual yang fundamental, namun tidak berarti isolasi dari orang lain, melainkan kapasitas untuk mengevaluasi bobot bukti dari berbagai sumber dan menyeimbangkannya dengan pemikiran independen sendiri (Levy, 2024).

Secara aksiologis, kemandirian berpikir matematis bagi calon guru matematika mengandung nilai instrumental dan nilai intrinsik sekaligus. Nilai instrumentalnya terletak pada fungsi kemandirian berpikir sebagai prasyarat kompetensi pedagogis: guru yang tidak memiliki pengalaman sebagai subjek yang berpikir secara otonom tidak akan mampu mendesain didaktis yang mendorong kemandirian berpikir siswanya. Nilai intrinsiknya terletak pada pengakuan bahwa kemandirian berpikir adalah hakikat dari kehidupan intelektual yang bermartabat (Baehr, 2011). Dalam kerangka filsafat pendidikan kritis, kemandirian berpikir matematis dapat dipahami sebagai bentuk emansipasi intelektual dari "budaya jawaban benar" yang selama ini mendominasi pendidikan matematika (Freire, 1970; Dewey, 1916).

Secara konseptual, kemandirian berpikir matematis dalam penelitian ini didefinisikan sebagai integrasi antara kapasitas kognitif otonom dan disposisi karakter intelektual dalam konteks pemecahan masalah matematika. Secara kognitif, ia mencakup kemampuan memahami situasi bermasalah, memilih dan menggabungkan data yang

relevan, mengembangkan dan menjalankan strategi, serta memeriksa dan menggeneralisasi solusi berdasarkan penilaian sendiri. Secara non-kognitif, ia mencakup keutamaan intelektual seperti keingintahuan, keberanian intelektual, otonomi epistemik, keterbukaan pikiran, dan refleksi diri (Baehr, 2011; Ritchhart, 2002).

Konstruk ini perlu diposisikan secara eksplisit di antara konsep-konsep yang telah mapan dalam literatur pendidikan matematika. Pertama, ia berbeda dari otonomi matematis (Yackel & Cobb, 1996) yang lebih bersifat sosial-normatif dan menggambarkan kualitas hubungan sosial dalam komunitas belajar, bukan proses kognitif individual. Kedua, ia berbeda dari regulasi diri dalam belajar matematika (Zimmerman, 2002) yang bersifat menyeluruh terhadap proses belajar dan tidak secara spesifik menitik pada momen pemecahan masalah. Ketiga, ia berbeda dari penalaran matematis (NCTM) yang hanya menekankan kualitas logis argumentasi, belum mencakup seluruh lintasan pemecahan masalah dari pemahaman situasi hingga strategi alternatif. Kemandirian berpikir matematis mengambil elemen kebebasan dari otonomi matematis, elemen kesadaran proses dari regulasi diri, dan elemen validitas logis dari penalaran matematis, lalu menganyamnya dalam satu kesatuan yang lebih operasional, serta memperkayanya dengan dimensi karakter intelektual dari epistemologi keutamaan. Penelitian ini memfokuskan diri pada dimensi kognitif yang dioperasionalkan melalui lima level hierarkis.

Kelima level kemandirian berpikir matematis disusun secara hierarkis berdasarkan tiga prinsip: progresivitas kognitif (setiap level yang lebih tinggi mensyaratkan terpenuhinya level sebelumnya), peningkatan otonomi (ketergantungan pada panduan eksternal semakin berkurang, sementara inisiatif dan tanggung jawab kognitif semakin meningkat), dan integrasi berpikir divergen-konvergen (level awal didominasi konvergen dalam mengolah informasi, level atas menuntut integrasi konvergen dalam memilih strategi dan divergen dalam menghasilkan alternatif).

Level 0: Kesadaran akan Keterbatasan dalam Menyatakan Ulang Informasi

Pada level ini, mahasiswa mengonstruksi ulang informasi dari masalah menggunakan kata-kata sendiri, tanpa sekadar menyalin teks. Aktivitas ini mencerminkan kesadaran akan keterbatasan pemahaman awal (*intellectual humility*), yaitu pengakuan bahwa informasi yang tersurat belum tentu cukup sehingga mendorong mahasiswa untuk menimbang kembali apa yang sebenarnya diketahui dan apa yang masih perlu digali. Aktivitas kognitif masih terbatas pada pengulangan informasi, sejajar dengan tahap pengamatan Dewey dan fase *Entry* Mason (Dewey, 1910; Mason dkk., 2010; Polya, 1973).

Level 1: Keingintahuan dalam Merumuskan Tujuan dan Langkah

Mahasiswa merumuskan tujuan penyelesaian dan langkah-langkah umum yang akan ditempuh. Aktivitas ini digerakkan oleh keingintahuan intelektual (*inquisitiveness*), yaitu dorongan untuk memahami lebih dari sekadar yang terlihat di permukaan, yang memungkinkan mahasiswa secara aktif mempertanyakan "apa yang seharusnya dicari" dan "bagaimana cara mencapainya". Ini mencerminkan awal kemampuan merencanakan, tetapi belum menunjukkan pemilahan informasi atau pemilihan strategi secara selektif (Mayer & Wittrock, 2006; Polya, 1973; Schoenfeld, 1985).

Level 2: Ketekunan Intelektual dalam Memilah dan Merepresentasikan Informasi

Mahasiswa secara kritis memilah informasi yang relevan dan menyajikannya dalam representasi matematis yang bermakna (tabel, sketsa, diagram, atau notasi). Proses ini menuntut ketekunan intelektual (*intellectual perseverance*), yakni kesediaan menanggung beban kognitif dalam mengolah informasi kompleks, memilah yang esensial, serta membangun struktur penalaran yang koheren hingga pola yang bermakna tampak. Polya (1973), Semadeni (2008), dan Xudaybergenova (2021) menekankan pentingnya representasi dalam pemecahan masalah.

Level 3: Keberanian Intelektual dan Otonomi Epistemik dalam Memilih dan Menjalankan Strategi

Mahasiswa memilih satu strategi penyelesaian di antara berbagai kemungkinan dan menjalankannya secara konsisten hingga ditemukan solusi. Tindakan ini merupakan perwujudan dari keberanian intelektual (*intellectual courage*) dan otonomi epistemik (*epistemic autonomy*): mahasiswa tidak bergantung pada otoritas eksternal, melainkan mengandalkan penilaian sendiri terhadap kecukupan bukti dan ketepatan penalaran, serta berani mengambil risiko bahwa pilihannya mungkin keliru. Di sini tampak integrasi awal berpikir divergen (menghasilkan kemungkinan) dan konvergen (memilih dan mengeksekusi) (Dostál, 2015; Polya, 1973; Sternberg, 1997).

Level 4: Keterbukaan Pikiran dan Refleksi Diri dalam Mengembangkan Strategi Alternatif

Mahasiswa secara sadar mengembangkan dan menerapkan strategi alternatif yang berbeda. Kemampuan ini lahir dari keterbukaan pikiran (*open-mindedness*), yaitu disposisi untuk tidak menganggap strategi pertama sebagai satu-satunya cara yang benar, serta refleksi diri (*self-reflection*) yang memungkinkan mahasiswa mengevaluasi kelebihan dan kelemahan masing-masing pendekatan, membandingkan efisiensi, serta memperkaya pemahaman konseptualnya. Pada level ini, kemandirian berpikir matematis telah menjadi karakter yang

utuh: mahasiswa tidak hanya mampu menyelesaikan masalah, tetapi juga memahami dan menilai proses berpikirnya sendiri (Mason dkk., 2010; Polya, 1973; Sternberg, 1997; Xudaybergenova, 2021).

G. Teori Situasi Didaktis

Teori Situasi Didaktis (TSD) yang dikembangkan oleh Brousseau (2002) memberikan kerangka teoretis untuk memahami dan merancang pembelajaran matematika sebagai sistem interaksi terstruktur antara guru, peserta didik, dan *milieu* (lingkungan) yang sengaja diorganisasi. Guru merancang situasi sehingga pengetahuan matematika muncul sebagai jawaban yang "masuk akal" terhadap masalah yang dihadapi peserta didik, sehingga pengetahuan dialami sebagai kebutuhan, bukan pemberitahuan. Peserta didik mengonstruksi pengetahuan melalui adaptasi terhadap tuntutan *milieu*, sementara guru mengelola kondisi didaktis dan pedagogis agar proses ini selaras dengan tujuan institusional.

Brousseau (2002) membedakan situasi didaktis (keseluruhan sistem hubungan ketika guru mengorganisasi *milieu*) dan situasi adidaktis (bagian di mana peserta didik berinteraksi dengan *milieu* tanpa intervensi langsung guru). Situasi adidaktis terjadi bila hambatan belajar yang dihadapi peserta didik memiliki legitimasi dan "keterpaksaan" internal, sehingga peserta didik terdorong menyesuaikan pengetahuannya untuk "menang" dalam permainan. Perbedaan utama terletak pada sumber tujuan dan regulasi: dalam situasi didaktis, tujuan dan regulasi berasal dari guru; dalam situasi adidaktis, tujuan adalah memecahkan masalah dalam *milieu* dan regulasi dilakukan melalui umpan balik *milieu*. Kedua jenis situasi ini tidak pernah sepenuhnya terpisah dalam kelas nyata.

Empat komponen pokok dalam situasi didaktis:

1. Pengetahuan sasaran — objek matematika yang hendak dikembangkan.
2. *Milieu* — unsur material, simbolik, aturan interaksi, dan kondisi umpan balik yang membingkai masalah. *Milieu* yang baik harus menimbulkan kontradiksi, memungkinkan kerja mandiri, dan menjadikan pengetahuan sasaran sebagai alat untuk "menang."
3. Kontrak didaktis — sistem harapan implisit-eksplisit antara guru dan peserta didik tentang apa yang "seharusnya" dilakukan, yang menjelaskan mengapa peserta didik sering memberi jawaban dengan cara "sekolah" sekalipun bertentangan dengan logika masalah.
4. Empat bentuk situasi: aksi, formulasi, validasi, dan institusionalisasi.

Keempat bentuk situasi didaktis:

1. Situasi Aksi — peserta didik bertindak langsung terhadap *milieu* menggunakan pengetahuan yang dimiliki, dengan intervensi guru diminimalkan.
2. Situasi Formulasi — peserta didik menuliskan, mengucapkan, atau mempresentasikan strategi atau dugaan yang telah digunakan, dengan fokus pada komunikasi dan representasi.
3. Situasi Validasi — peserta didik membenarkan, menguji, dan mempertahankan kebenaran pernyataan di hadapan *milieu* dan orang lain; ide-ide tersaring berdasarkan argumen.
4. Situasi Institusionalisasi — guru membantu peserta didik menempatkan pengetahuan yang dibangun dalam kerangka pengetahuan matematika yang diakui secara sosial dan kurikuler.

Konsep penting lain adalah *devolution*—tindakan guru melimpahkan tanggung jawab masalah kepada peserta didik sehingga mereka menerimanya sebagai milik sendiri dan merasa berkewajiban mencari solusi (Brousseau, 2002). Kegagalan *devolution* tampak ketika peserta didik hanya menebak "metode apa yang diinginkan guru." Dalam kerangka DDR, Antisipasi Didaktis-Pedagogis (ADP) dikembangkan sebagai langkah perancangan di mana peneliti memprediksi ragam respons dan menyiapkan intervensi yang mungkin diperlukan (Suryadi, 2013). ADP menjadi jembatan antara teori situasi didaktis, desain *milieu*, dan praktik guru di kelas.

H. Didactical Design Research dalam Pembelajaran Matematika

DDR merupakan pendekatan metodologis yang berorientasi pada pengembangan desain didaktis melalui analisis hambatan belajar dan dinamika interaksi dalam situasi didaktis (Suryadi, 2013). DDR berfungsi sebagai metode penelitian sekaligus kerangka reflektif untuk merancang, mengimplementasikan, dan mengevaluasi pembelajaran secara sistematis berdasarkan data empiris. Secara teoretis, DDR berakar pada TDS Brousseau, menekankan bahwa pengetahuan matematika dikonstruksi peserta didik melalui adaptasi terhadap situasi, bukan ditransfer secara langsung.

Secara metodologis, DDR terdiri atas tiga tahap siklus:

1. Analisis Prospektif— dilakukan sebelum pembelajaran untuk mengidentifikasi hambatan belajar, menganalisis materi, dan memprediksi respons peserta didik, menghasilkan desain didaktis hipotetik.
2. Analisis Metapedadidaktik— dilakukan selama pembelajaran dengan guru mengelola dan menyesuaikan situasi didaktis secara adaptif berdasarkan dinamika respons peserta didik.

3. Analisis Retrospektif— dilakukan setelah pembelajaran untuk mengevaluasi kesesuaian desain dengan implementasi dan merevisi desain untuk siklus berikutnya.

Hambatan Belajar (*Learning Obstacles*) menjadi komponen utama dalam DDR, diklasifikasikan menjadi tiga jenis:

1. Hambatan ontogenik— berkaitan dengan kesiapan perkembangan kognitif; muncul ketika peserta didik belum siap memahami konsep abstrak.
2. Hambatan epistemologis— berkaitan dengan struktur pengetahuan; muncul ketika peserta didik hanya menghafal rumus tanpa memahami makna, sehingga kesulitan saat konteks berubah.
3. Hambatan didaktis— berkaitan dengan desain pembelajaran yang kurang tepat, seperti pendekatan terlalu prosedural atau kurangnya variasi representasi.

Ketiga jenis hambatan saling berinteraksi; hambatan ontogenik dapat diperparah oleh hambatan didaktis jika desain tidak mempertimbangkan tahap perkembangan peserta didik. Penelitian ini menggunakan DDR dengan menerapkan ketiga tahapannya secara siklik, mengklasifikasikan hambatan belajar ke dalam tiga jenis sebagai titik tolak perancangan situasi didaktis, sehingga DDR berfungsi sebagai kerangka reflektif untuk menguji dan memperbaiki desain berbasis data empiris.

I. Metode dan Desain Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode *Didactical Design Research*, yaitu pendekatan kualitatif berorientasi desain didaktis dengan tiga tahapan utama: analisis prospektif, analisis metapedadidaktik, dan analisis retrospektif (Suryadi, 2013). Pemilihan metode ini didasarkan pada kesesuaiannya dengan tujuan penelitian: mengidentifikasi hambatan belajar, merancang, mengimplementasikan, dan menyempurnakan desain didaktis yang responsif terhadap hambatan tersebut. Melalui siklus reflektifnya, DDR memungkinkan peneliti mengembangkan desain didaktis yang teruji secara empiris dan teoretis, sekaligus berfungsi sebagai kerangka reflektif untuk menguji dan memperbaiki desain berbasis data empiris di kelas.

Desain penelitian dilaksanakan melalui tiga tahapan utama yang saling berkaitan. *Analisis prospektif* difokuskan pada identifikasi hambatan belajar melalui tes kemandirian berpikir matematis, wawancara mendalam, dan analisis pembelajaran sebelumnya (Gravemeijer & Cobb, 2006), menghasilkan desain didaktis hipotetik. Analisis metapedadidaktik merupakan implementasi desain di kelas dengan peneliti sebagai pendidik, berfokus pada interaksi dinamis antara mahasiswa, materi, dan tindakan didaktis

(Barab & Squire, 2004). Analisis retrospektif merupakan refleksi mendalam terhadap kesesuaian desain dengan praktik pembelajaran dan dampaknya terhadap kemandirian berpikir mahasiswa (Plomp & Nieveen, 2013), menghasilkan desain didaktis empiris yang lebih adaptif dan kontekstual.

J. Partisipan

Penelitian dilaksanakan di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu. Partisipan dipilih secara purposif sesuai kebutuhan tahapan DDR. Partisipan analisis prospektif adalah 27 mahasiswa angkatan 2022 yang telah menempuh materi kombinatorika, memastikan hambatan yang teridentifikasi merupakan hambatan sungguh setelah pembelajaran. Partisipan implementasi adalah 27 mahasiswa angkatan 2023 yang berada pada tahap awal mempelajari kombinatorika, memungkinkan uji coba desain dalam konteks autentik. Pemilihan partisipan dalam penelitian kualitatif didasarkan pada kesesuaian tujuan dan kemampuan memberikan informasi mendalam, bukan jumlah sampel besar (Creswell, 2015), sehingga dua kelompok dari angkatan berbeda bertujuan memperoleh data komprehensif dalam identifikasi hambatan maupun implementasi dan evaluasi desain.

K. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian ini merupakan rangkaian langkah sistematis yang dilakukan untuk memperoleh data dalam rangka menjawab rumusan masalah penelitian. Prosedur tersebut disusun berdasarkan tahapan dalam DDR dan dilaksanakan melalui empat tahapan utama.

1. Tahap Persiapan

Pada tahap ini, peneliti melakukan berbagai kegiatan awal untuk menyiapkan instrumen dan perangkat penelitian. Kegiatan yang dilakukan meliputi penyusunan instrumen tes kemandirian berpikir matematis, penyusunan pedoman wawancara untuk mengidentifikasi hambatan belajar yang memengaruhi kemandirian berpikir matematis mahasiswa, serta validasi instrumen melalui diskusi dengan ahli (*expert judgment*) sebanyak dua dosen. Setelah itu, dilakukan uji keterbacaan instrumen tes oleh empat mahasiswa untuk memastikan bahwa soal yang disusun dapat dipahami dengan baik oleh mahasiswa.

2. Tahap Analisis Prospektif

Tahap pelaksanaan disesuaikan dengan tahapan dalam DDR. Pada analisis prospektif, peneliti memberikan tes kemandirian berpikir matematis kepada 27 mahasiswa

angkatan 2022 yang telah mempelajari materi terkait, kemudian melakukan wawancara kepada perwakilan mahasiswa berdasarkan kategori hasil tes (Level 0 hingga Level 4) untuk menggali lebih dalam hambatan belajar yang memengaruhi kemandirian berpikir matematis beserta faktor penyebabnya. Hasil analisis ini digunakan sebagai dasar dalam menyusun desain didaktis hipotetik berupa alternatif pembelajaran dan bahan ajar pada materi kombinatorika.

3. Tahap Analisis Metapedadidaktik

Selanjutnya, pada analisis metapedadidaktik, desain didaktis yang telah disusun diimplementasikan pada 27 mahasiswa angkatan 2023. Pada tahap ini, peneliti berperan sebagai pengajar yang melaksanakan pembelajaran sesuai dengan desain yang telah dirancang. Selama proses pembelajaran, dilakukan observasi secara sistematis menggunakan pedoman observasi untuk merekam interaksi antara mahasiswa, materi, dan tindakan didaktis, serta didukung dengan dokumentasi proses pembelajaran guna memperkuat data yang diperoleh. Respons mahasiswa selama pembelajaran menjadi dasar dalam melakukan penyesuaian tindakan didaktis secara langsung. Pada akhir pembelajaran, diberikan kembali tes kemandirian berpikir matematis serta dilakukan wawancara untuk memperoleh data mengenai perkembangan kemandirian berpikir matematis mahasiswa.

4. Tahap Analisis Retrospektif

Tahap ini merupakan proses refleksi terhadap seluruh rangkaian kegiatan yang telah dilakukan. Peneliti menganalisis data yang diperoleh dari hasil observasi pembelajaran, dokumentasi proses pembelajaran, tes akhir kemandirian berpikir matematis, serta wawancara. Analisis ini bertujuan untuk mengkaji kesesuaian antara desain didaktis hipotetik dengan implementasi di lapangan, sekaligus mengevaluasi efektivitas desain dalam mengatasi hambatan belajar yang memengaruhi kemandirian berpikir matematis mahasiswa. Hasil analisis ini kemudian digunakan sebagai dasar untuk merevisi dan menyempurnakan desain didaktis sehingga diperoleh desain didaktis empiris yang lebih efektif dan sesuai dengan karakteristik mahasiswa. Pada akhir penelitian, dirumuskan kesimpulan berdasarkan hasil analisis retrospektif.

L. Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian merupakan alat yang digunakan untuk mengumpulkan data guna menjawab rumusan masalah penelitian. Dalam penelitian kualitatif berbasis desain seperti DDR, instrumen berfungsi untuk mengidentifikasi hambatan belajar yang

memengaruhi kemandirian berpikir matematis, menggali faktor penyebabnya, serta mengevaluasi proses dan hasil implementasi desain pembelajaran (Creswell, 2015). Instrumen dalam penelitian ini dirancang untuk mendukung seluruh tahapan DDR.

1. Instrumen Tes Kemandirian Berpikir Matematis

Tes disusun dalam bentuk permasalahan kombinatorika non-rutin dan kontekstual, sehingga mendorong mahasiswa untuk mengembangkan strategi penyelesaian secara mandiri, bukan sekadar meniru prosedur yang telah dipelajari sebelumnya. Instrumen tes terdiri dari lima pertanyaan yang sejajar dengan lima level kemandirian berpikir matematis. Instrumen telah melalui validasi ahli (*expert judgment*) dengan melibatkan dua dosen dan uji keterbacaan oleh empat mahasiswa.

Validitas konstruk dipastikan melalui tiga prosedur. Pertama, disusun matriks kisi-kisi yang secara eksplisit memetakan setiap butir pertanyaan ke indikator masing-masing level. Kedua, kedua dosen ahli yang sama diminta menilai secara independen kesesuaian setiap pertanyaan dengan level yang dituju, dengan hasil kesepakatan penuh (100%). Ketiga, dilakukan analisis kualitatif terhadap respons mahasiswa pada uji keterbacaan yang menunjukkan pola respons berjenjang sesuai level: pertanyaan 1 untuk Level 0: Kesadaran akan Keterbatasan dalam Menyatakan Ulang Informasi, pertanyaan 2 untuk Level 1: Keingintahuan dalam Merumuskan Tujuan dan Langkah, pertanyaan 3 untuk Level 2: Ketekunan Intelektual dalam Memilah dan Merepresentasikan Informasi, pertanyaan 4 untuk Level 3: Keberanian Intelektual dan Otonomi Epistemik dalam Memilih dan Menjalankan Strategi, dan pertanyaan 5 untuk Level 4: Keterbukaan Pikiran dan Refleksi Diri dalam Mengembangkan Strategi Alternatif.

2. Pedoman Wawancara

Pedoman wawancara semi-terstruktur digunakan untuk menggali informasi secara lebih mendalam mengenai hambatan belajar yang memengaruhi kemandirian berpikir matematis mahasiswa beserta faktor-faktor penyebabnya. Pelaksanaan wawancara didasarkan pada hasil tes kemandirian berpikir matematis, dengan memilih beberapa mahasiswa sebagai subjek wawancara yang mewakili setiap level kemandirian berpikir matematis. Pertanyaan wawancara disusun dengan mengacu pada indikator setiap level, mulai dari kemampuan memahami masalah hingga mengembangkan strategi alternatif.

3. Pedoman Observasi Pembelajaran

Pedoman observasi digunakan pada tahap analisis metapedadidaktik untuk merekam secara sistematis proses pembelajaran yang berlangsung. Observasi difokuskan

pada tiga aspek interaksi utama: (1) interaksi mahasiswa dengan materi ajar, (2) interaksi mahasiswa dengan pengajar, dan (3) interaksi antarmahasiswa dalam diskusi kelompok. Observasi dilakukan oleh peneliti sendiri yang sekaligus bertindak sebagai pengajar, dibantu oleh satu orang pengamat.

4. Dokumentasi

Dokumentasi digunakan untuk melengkapi dan memperkuat data yang diperoleh melalui tes, wawancara, dan observasi. Dokumentasi dalam penelitian ini meliputi rekaman proses pembelajaran, skenario pembelajaran, bahan ajar materi kombinatorika, hasil pekerjaan mahasiswa, lembar jawaban tes, serta catatan lapangan selama penelitian berlangsung. Data dokumentasi ini digunakan sebagai bahan triangulasi untuk meningkatkan keabsahan data serta mendukung analisis pada tahap retrospektif.

M. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan secara bertahap dan terintegrasi dengan ketiga fase DDR. Teknik pengumpulan data disesuaikan dengan karakteristik data yang diperlukan pada masing-masing fase, dengan memanfaatkan seluruh instrumen yang telah dikembangkan.

1. Tes Kemandirian Berpikir Matematis

Tes awal diberikan kepada 27 mahasiswa angkatan 2022 yang telah menempuh materi kombinatorika untuk mengidentifikasi hambatan belajar berdasarkan lima level kemandirian berpikir matematis. Pelaksanaan tes dilakukan secara luring dalam ruangan yang terkontrol dengan durasi pengerjaan 100 menit. Tes akhir diberikan kepada 27 mahasiswa angkatan 2023 setelah implementasi desain untuk memotret capaian level kemandirian berpikir matematis mahasiswa setelah mengikuti seluruh rangkaian pembelajaran. Hasil tes kedua kelompok ini kemudian dianalisis dan dibandingkan untuk mengevaluasi efektivitas desain didaktis.

2. Wawancara

Wawancara semi-terstruktur dilakukan dalam dua tahap. Pada tahap analisis prospektif, wawancara dilakukan terhadap sembilan mahasiswa yang dipilih secara purposif berdasarkan kategori level kemandirian berpikir matematis (Level 0 hingga Level 4) yang teridentifikasi dari hasil tes awal. Pemilihan subjek bertujuan agar peneliti memperoleh gambaran yang kaya dan bervariasi mengenai faktor-faktor penyebab hambatan belajar pada setiap level. Proses wawancara direkam dengan alat perekam suara dan ditranskrip secara verbatim. Pada tahap analisis metapedadidaktik, wawancara

tambahan dilakukan terhadap beberapa mahasiswa setelah tes akhir untuk mengonfirmasi proses berpikir yang muncul selama pembelajaran.

3. Observasi Pembelajaran

Observasi dilakukan pada tahap analisis metapedadidaktik dengan teknik observasi terstruktur menggunakan pedoman observasi yang telah divalidasi. Observasi difokuskan pada tiga aspek interaksi utama: interaksi mahasiswa dengan materi ajar, interaksi mahasiswa dengan pengajar, dan interaksi antarmahasiswa dalam diskusi kelompok. Observasi dilakukan oleh peneliti dibantu satu orang pengamat. Seluruh proses pembelajaran direkam dalam bentuk audio-visual untuk memungkinkan analisis ulang secara lebih teliti.

4. Dokumentasi

Dokumen yang dikumpulkan meliputi bahan ajar dan desain pembelajaran sebelumnya, Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) yang dikerjakan selama fase formulasi dan validasi, hasil pekerjaan mahasiswa pada soal institusionalisasi, lembar jawaban tes kemandirian berpikir matematis, serta rekaman video proses pembelajaran. Seluruh dokumen ini diarsipkan dan dijadikan bahan triangulasi data pada tahap analisis retrospektif.

N. Analisis Data

Analisis data dalam penelitian ini dilakukan secara kualitatif dengan mengacu pada kerangka DDR yang meliputi tiga tahap utama, dengan proses reduksi data, penyajian data, serta penarikan dan verifikasi kesimpulan yang berlangsung paralel dengan proses pengumpulan data (Nurhikmayati, Jatisunda, & Ratnawulan, 2022).

1. Analisis Hambatan Belajar (Rumusan Masalah 1)

Data utama berasal dari hasil tes kemandirian berpikir matematis. Jawaban mahasiswa dianalisis berdasarkan lima level indikator. Pengkodean dilakukan secara kolaboratif oleh peneliti dan seorang teman sejawat (dosen pendidikan matematika) dengan prosedur triangulasi pengkode. Sebelum pengkodean, kedua pengkode menyamakan pemahaman tentang rubrik penilaian melalui diskusi mendalam terhadap setiap level. Dari 135 unit analisis ($27 \text{ mahasiswa} \times 5 \text{ level}$), hanya 3 unit yang tidak mencapai kesepakatan awal dan didiskusikan secara kolaboratif dan reflektif hingga tercapai konsensus penuh.

2. Analisis Faktor Penyebab (Rumusan Masalah 2)

Data utama berasal dari wawancara terhadap sembilan mahasiswa perwakilan setiap level. Transkrip wawancara disusun secara verbatim, kemudian setiap pernyataan mahasiswa

diberi kode tematik yang merepresentasikan potensi faktor penyebab hambatan belajar. Kode-kode tersebut dikelompokkan ke dalam kategori faktor penyebab (konseptual, prosedural, afektif, dan didaktis) dan ditriangulasi dengan data tes, wawancara dosen, dan analisis dokumen. Hasilnya dirangkum dalam tabel yang memuat level, hambatan belajar, faktor penyebab, dan kategori hambatan belajar.

3. Analisis Desain Didaktis Hipotetik (Rumusan Masalah 3)

Hasil identifikasi hambatan belajar menjadi dasar penyusunan desain didaktis hipotetik dengan merumuskan situasi didaktis, prediksi respons, dan antisipasi didaktis-pedagogis untuk setiap pertemuan.

4. Analisis Implementasi Desain (Rumusan Masalah 4)

Analisis difokuskan pada tahap metapedadidaktik meliputi analisis respons mahasiswa dalam setiap fase pembelajaran, perbandingan antara prediksi respons dan respons aktual sebagai evaluasi desain (Rosita, Noto, Anggraini, & Rahadi, 2025), analisis hasil kerja mahasiswa, konfirmasi melalui wawancara, dan validasi menggunakan dokumentasi.

5. Analisis Perbaikan Desain (Rumusan Masalah 5)

Analisis retrospektif dilakukan dengan membandingkan desain awal dan hasil implementasi untuk mengidentifikasi bagian desain yang efektif dan kurang efektif, menyusun argumen perbaikan berbasis data empiris dan teori, serta merumuskan desain didaktis empiris (Fitrianna, Yuliani, & Yuspriyati, 2019).

O. HASIL PENELITIAN

O.1 Hambatan Belajar yang Dihadapi Mahasiswa dalam Kemandirian Berpikir Matematis

Hambatan belajar diidentifikasi melalui tes kemandirian berpikir matematis pada materi kombinatorika yang diberikan kepada 27 mahasiswa angkatan 2022. Tes terdiri dari lima pertanyaan yang disusun berdasarkan lima level kemandirian berpikir matematis. Soal tes menyajikan situasi kontekstual tentang kolam wisata dengan 13 batu pijakan yang memuat informasi numerik dan non-numerik, dirancang untuk mengukur kemampuan mahasiswa dalam mengidentifikasi informasi, merumuskan tujuan, memilah data, memilih strategi, dan mengembangkan alternatif penyelesaian.

Level 0 mengukur kemampuan mahasiswa menyatakan kembali semua informasi dalam soal menggunakan kata-kata sendiri. Seluruh mahasiswa (100%) mencapai level ini, namun analisis menunjukkan variasi signifikan. Sebanyak 10 mahasiswa (37%) menuliskan seluruh informasi angka dan non-angka secara lengkap; 12 mahasiswa (44%)

hanya menuliskan data numerik; dan 5 mahasiswa (19%) hanya menuliskan sebagian informasi angka. Dua pola variasi utama teridentifikasi: (1) kecenderungan memprioritaskan data numerik (63% mahasiswa) dan (2) ketidakidentifikasi informasi non-angka sebagai komponen penting. Permasalahan utama: ketidakmampuan mengidentifikasi informasi non-angka dan kecenderungan hanya menangkap data numerik.

Level 1 mengukur kemampuan mahasiswa merumuskan tujuan dan langkah penyelesaian secara umum. Hanya 6 mahasiswa (22%) yang mencapai level ini. Pola kesalahan dominan: 14 mahasiswa hanya menuliskan tujuan atau nama konsep tanpa langkah konkret; 10 mahasiswa menyebut "kombinasi" tanpa mencantumkan nilai n dan r ; 6 mahasiswa menuliskan tujuan keliru. Permasalahan utama: tidak mampu menetapkan tujuan dan langkah-langkah untuk mencapai tujuan penyelesaian masalah.

Level 2 mengukur kemampuan mahasiswa memilah informasi relevan dan menyajikannya dalam representasi matematis. Tidak ada mahasiswa (0%) yang mencapai level ini. Empat pola kesalahan teridentifikasi: 10 mahasiswa menuliskan data numerik cukup lengkap tetapi tidak menyadari informasi implisit; 8 mahasiswa hanya menuliskan sebagian kecil data numerik; 5 mahasiswa mengajukan data tidak relevan; 6 mahasiswa menuliskan informasi terlalu umum. Permasalahan utama: ketidakmampuan menemukan informasi implisit dari keterkaitan data yang tersedia.

Level 3 mengukur kemampuan mahasiswa memilih dan menjalankan strategi hingga solusi tepat. Tidak ada mahasiswa (0%) yang mencapai level ini. Dua hambatan utama: 15 mahasiswa menggunakan $C(13,11)$ tanpa mempertimbangkan syarat tambahan; 6 mahasiswa menggunakan bentuk kombinasi salah. Pola kesalahan lain: 3 mahasiswa menggunakan pencacahan tidak tuntas; 1 mahasiswa menggunakan faktorial $11!$ tanpa alasan; 2 mahasiswa menebak jawaban. Permasalahan utama: tidak mengetahui konsep kombinatorika yang sesuai dan salah dalam memilih strategi penyelesaian.

Level 4 mengukur kemampuan mahasiswa mengembangkan strategi alternatif. Tidak ada mahasiswa (0%) yang mencapai level ini. Sebanyak 18 mahasiswa (67%) tidak menjawab sama sekali. Pola kesalahan: 3 mahasiswa menyalin jawaban Level 3; 4 mahasiswa menuliskan strategi alternatif tidak tepat; 2 mahasiswa menuliskan strategi berbeda tetapi tidak menyelesaikan perhitungan. Permasalahan utama: ketidakmampuan mengembangkan strategi alternatif, mengindikasikan fleksibilitas berpikir dan kemampuan metakognitif masih sangat rendah.

Rekapitulasi Hasil Tes Awal:

Level	Capaian
Level 0: Kesadaran akan Keterbatasan dalam Menyatakan Ulang Informasi	100%
Level 1: Keingintahuan dalam Merumuskan Tujuan dan Langkah	22%
Level 2: Ketekunan Intelektual dalam Memilah dan Merepresentasikan Informasi	0%
Level 3: Keberanian Intelektual dan Otonomi Epistemik dalam Memilih dan Menjalankan Strategi	0%
Level 4: Keterbukaan Pikiran dan Refleksi Diri dalam Mengembangkan Strategi Alternatif	0%

Analisis Pembelajaran Sebelumnya

Pembelajaran sebelumnya pada materi kombinatorika dilaksanakan dengan mengacu hampir sepenuhnya pada buku Townsend terbitan tahun 1987 dalam dua kali pertemuan. Metode pembelajaran bersifat langsung dengan pola penjelasan materi dan pembahasan contoh dari buku referensi. Tugas mandiri didominasi latihan rutin, sehingga peran mahasiswa lebih sebagai pengikut prosedur. Ketiadaan konteks kehidupan sehari-hari membuat mahasiswa kesulitan mengaitkan makna konsep kombinatorika dengan realitas yang mereka kenal, menghambat transfer konsep ke situasi baru dan perkembangan kemandirian berpikir matematis.

O.2 Faktor Penyebab Terjadi Hambatan Belajar

Berdasarkan wawancara dengan sembilan mahasiswa perwakilan setiap level (Level 0 hingga Level 4), teridentifikasi tiga jenis hambatan belajar (*learning obstacles*) yang saling terkait.

Hambatan ontogenik instrumental bersumber dari kebiasaan belajar yang hanya berorientasi pada angka. Mahasiswa seperti M13 menyatakan, "Biasanya soal untuk bagian yang diketahui semuanya menggunakan angka." Delapan dari sembilan mahasiswa mampu menemukan semua informasi; satu mahasiswa (M13) mengalami hambatan karena kebiasaan belajar yang terbentuk dari pengalaman sebelumnya.

Tiga faktor penyebab utama pada Level 1: (1) tidak memiliki pengalaman menetapkan tujuan dan langkah-langkah penyelesaian; M18 menyatakan, "Biasanya soalnya tidak panjang, jadi tidak perlu buat diketahui dan ditanya." (2) tidak yakin dengan penilaian diri sendiri; (3) pemahaman tentang konsep kombinatorika cenderung pada hafalan (hambatan epistemologis).

Hambatan epistemologis muncul dari ketidakmampuan mengevaluasi informasi. Wawancara dengan M14 menunjukkan ia merasa semua data yang dibutuhkan "sudah itu saja." Mahasiswa tidak terbiasa bertanya "apakah data ini sudah cukup?" M13 dan M14 yang sudah menuliskan data numerik lengkap tetap gagal mengidentifikasi informasi bukan angka sebagai penentu konsep matematika.

Hambatan epistemologis dominan pada Level 3: belum memahami konsep kombinatorika, tidak memahami masalah, dan tidak biasa menemukan masalah dengan penyelesaian yang membutuhkan informasi implisit. Pendekatan yang didorong rumus merupakan artefak budaya penilaian, bukan semata defisit kognitif. Wawancara dengan M03 mengungkap ia tidak memperhatikan syarat tambahan karena "akan mencari banyaknya bentuk lompatan."

Dua faktor penyebab utama pada Level 4: (1) tidak terbiasa memiliki strategi penyelesaian alternatif (hambatan didaktis) — mahasiswa menjelaskan, "Biasanya cukup dengan satu cara saja dalam menentukan solusi;" (2) tidak memahami konsep kombinatorika dengan tepat (hambatan epistemologis) — M01 mengaku, "Saya sebenarnya kurang begitu paham Pak konsep kombinatorika ini."

Rekapitulasi Faktor Penyebab:

Level	Hambatan Belajar	Kategori
Level 0	Kebiasaan berorientasi angka, anggapan hanya angka dibutuhkan	Ontogenik Instrumental
Level 1	Tidak memiliki pengalaman, tidak yakin, pemahaman hafalan	Ontogenik & Epistemologis
Level 2	Tidak mampu mengevaluasi informasi, tidak kritis	Epistemologis
Level 3	Belum memahami konsep, tidak memahami masalah, tidak biasa informasi implisit	Epistemologis
Level 4	Tidak terbiasa strategi alternatif, tidak memahami konsep	Didaktis & Epistemologis

Faktor penyebab utama bersumber dari tiga jenis hambatan belajar: (1) hambatan ontogenik instrumental (Level 0 dan 1) dari pengalaman belajar yang tidak membekali kebiasaan membaca kritis; (2) hambatan epistemologis (Level 1-4) yang paling dominan, berkaitan dengan keterbatasan pemahaman konseptual struktur kombinatorik; dan (3)

hambatan didaktis (Level 4) dari desain pembelajaran yang tidak melatih fleksibilitas strategi.

O.3 Desain Didaktis Hipotetik

Berdasarkan identifikasi hambatan belajar, dirancang desain didaktis hipotetik berbasis Teori Situasi Didaktis dengan empat fase (aksi, formulasi, validasi, institusionalisasi) dalam tiga pertemuan. Setiap fase dirancang merespons hambatan: fase aksi mengatasi hambatan ontogenik instrumental; fase formulasi mengatasi hambatan epistemologis; fase validasi dan institusionalisasi mengatasi hambatan didaktis.

Pertemuan 1 (aturan penjumlahan, perkalian, perhitungan tidak langsung, korespondensi satu-satu): Fase Aksi menggunakan empat situasi (gabungan himpunan, perkalian kartesius, bilangan enam angka memiliki angka 3, kompetisi sistem gugur). Fase Formulasi disusun dari konkret ke generalisasi: aturan penjumlahan (5 situasi) dari $A=\{1,2\}$, $B=\{3,4\}$, $C=\{6,7,8\}$ hingga $n_1+n_2+\dots+n_j$; aturan perkalian (4 situasi) hingga $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_j$; perhitungan tidak langsung (6 situasi) hingga $|A|=|U|-|A^c|$; korespondensi satu-satu (4 situasi) dari pertandingan 251 tim hingga bijeksi. Fase Validasi berupa diskusi kelas. Fase Institusionalisasi berupa masalah gedung olahraga dengan sistem penomoran AAA-LLL.

Pertemuan 2 (permutasi, permutasi siklis, kombinasi): Fase Aksi menggunakan pengambilan 2 bola dari 4, penyusunan 3 kartu melingkar, pengambilan 2 kartu dari 5. Fase Formulasi: permutasi (8 situasi) dari menulis susunan 5 bola diambil 2 hingga $P(n,r)=n!/(n-r)!$; permutasi siklis (7 situasi) hingga $(n-1)!$; kombinasi (5 situasi) dari pengelompokan pasangan ekuivalen hingga $C(n,r)=n!/(r!(n-r)!)$. Fase Validasi menguji ketepatan konsep. Fase Institusionalisasi: masalah pemilihan pengurus koperasi (5 jabatan dari 40 peserta, 20 tidak bersedia).

Pertemuan 3 (permutasi dan kombinasi dengan pengulangan): Fase Aksi: susunan 3 kartu dari tak berhingga A/B, pengambilan 5 kartu dari A,B,C. Fase Formulasi: permutasi dengan pengulangan (3 situasi) hingga n^r ; kombinasi dengan pengulangan (9 situasi) dari pengambilan 4 bola dari 3 jenis hingga $C(n+r-1,r)$. Fase Validasi membedakan permutasi dan kombinasi berulang. Fase Institusionalisasi: masalah Candra dan staf restoran (15 peserta, 4 paket makanan) dengan $C(18,15)=816$.

O.4 Kesesuaian Desain Didaktis Hipotetik dengan Respons Aktual Mahasiswa

Implementasi desain pada 27 mahasiswa angkatan 2023 menunjukkan hasil sebagai berikut.

Fase Aksi di ketiga pertemuan secara konsisten berhasil memantik intuisi dan hipotesis awal mahasiswa. Pada Pertemuan 1, mahasiswa mampu menyimpulkan aturan penjumlahan dan perkalian serta ide perhitungan tidak langsung melalui komplemen. Pada Pertemuan 2, mahasiswa dapat menyebutkan berbagai kemungkinan susunan dan mulai menyadari perbedaan permutasi dan kombinasi. Pada Pertemuan 3, mahasiswa berhasil mengeksplorasi susunan huruf dengan pengulangan. Semua respons selaras dengan prediksi. Konteks yang digunakan memiliki keterbukaan terkontrol (controlled openness). Fase Formulasi mengungkap tiga pola kritis: (1) generalisasi verbal tanpa simbolisasi pada Perhitungan Tidak Langsung — seluruh kelompok hanya menulis kesimpulan verbal tanpa notasi $|A|=|U|-|A^c|$; (2) pemahaman aturan penjumlahan tanpa eksplisitasi syarat irisan — mahasiswa tidak menyebut anggota sama hanya dihitung satu kali; (3) penggunaan rumus hafalan tanpa proses penurunan pada Permutasi dan Kombinasi — mahasiswa langsung menulis $P(n,r)=n!/(n-r)!$ dan $C(n,r)=n!/(r!(n-r)!)$ tanpa memahami asal-usulnya. Ketiga pola berakar pada instruksi LKM yang tidak cukup memaksa transisi dari representasi konkret ke simbolik umum.

Fase Validasi menunjukkan mahasiswa masih memerlukan intervensi pengajar untuk mencapai generalisasi tepat. Validasi mandiri belum terjadi karena fase formulasi belum cukup membangun keyakinan mahasiswa. Kontrak didaktis lama (guru sebagai otoritas) belum tergantikan.

Fase Institusionalisasi memperlihatkan mahasiswa yang "berhasil" hanya menguasai satu strategi dominan. Soal belum secara eksplisit menuntut eksplorasi strategi ganda. Temuan ini menegaskan fleksibilitas strategi harus diprovokasi secara eksplisit oleh tugas.

Hasil Tes Akhir (28 Mei 2024, 27 mahasiswa):

Level	Jawaban Benar
Level 0: Kesadaran akan Keterbatasan dalam Menyatakan Ulang Informasi	27
Level 1: Keingintahuan dalam Merumuskan Tujuan dan Langkah	17
Level 2: Ketekunan Intelektual dalam Memilah dan Merepresentasikan Informasi	13
Level 3: Keberanian Intelektual dan Otonomi Epistemik dalam Memilih dan Menjalankan Strategi	6
Level 4: Keterbukaan Pikiran dan Refleksi Diri dalam Mengembangkan Strategi Alternatif	5

Distribusi level akhir: 10 mahasiswa Level 0, 4 Level 1, 7 Level 2, 1 Level 3, dan 5 Level 4. Pada Level 3, mahasiswa menggunakan dua ragam strategi: kombinasi tak langsung ($C(13,11)-12=66$) dan mencacah berpola. Pada Level 4, mahasiswa mampu menghadirkan strategi kedua berbeda dari strategi pertama, menunjukkan fleksibilitas berpikir.

O.5 Desain Didaktis Empiris

Berdasarkan analisis retrospektif, disusun desain didaktis empiris sebagai revisi dari desain hipotetik, mempertahankan komponen efektif dan menyesuaikan bagian yang menunjukkan kesenjangan.

Bagian Desain yang Efektif: (1) fase aksi di seluruh pertemuan—konteks sederhana dan dekat pengalaman mendorong mahasiswa merumuskan dugaan strategi; (2) fase formulasi pada Aturan Penjumlahan dan Perkalian—rangkaian dari konkret ke generalisasi; (3) fase formulasi pada Korespondensi Satu-satu—menyadarkan syarat kecukupan informasi. Ketiganya menuntut mahasiswa mengonstruksi hubungan matematis sebagai kebutuhan.

Bagian Desain yang Perlu Perbaikan: Enam titik kritis: (1) generalisasi verbal tanpa simbolisasi pada Perhitungan Tidak Langsung; (2) ketidakeksplisitan peran irisan; (3) dominasi hafalan rumus; (4) generalisasi parsial karena contoh tunggal ($n=3$); (5) representasi pasangan terurut menghambat koneksi; (6) pertanyaan kesimpulan tidak menggali koneksi numerik; (7) rendahnya capaian Level 3 dan 4.

Tujuh Perbaikan Desain:

1. Instruksi Simbolisasi Eksplisit — revisi: "Tuliskan kesimpulan umum dalam bentuk rumus yang melibatkan himpunan semesta (U) dan komplemennya (A^c).\" (Brousseau, 2002; Suryadi, 2013)
2. Antisipasi Kontrastif untuk Irisan — pertanyaan pemicu: "Bandingkan hasil nomor 1 dan 2. Apa perbedaan mendasar antara cara menghitung banyak anggota D dan H ?"
3. Scaffolding Konstruksi Rumus Permutasi — penambahan situasi antara: $9 \times 8 \times 7 = 9!/(9-3)!$ sebelum generalisasi $P(n,r)=n!/(n-r)!$.
4. Penambahan Contoh Konkret — situasi $n=4$ untuk permutasi siklis, membandingkan $(4-1)!=6$ dengan $(3-1)!=2$.
5. Pengaturan Representasi Awal — instruksi: "Tuliskan semua kemungkinan susunan empat bola dengan angka 1,2,3 (contoh: 1111, 1112, ...)" bukan notasi komposisi.

6. Revisi Pertanyaan Kesimpulan — "Hubungkan angka 15 dengan data awal: banyak jenis (3) dan banyak bola (4). Tuliskan hubungannya dalam bentuk rumus."
7. Penambahan Pertanyaan Metakognitif — "Mengapa kamu memilih strategi ini? Apa kelebihan strategimu? Jika tidak dapat menemukan alternatif, jelaskan kesulitanmu."

Rumusan Desain Didaktis Empiris: Desain mempertahankan struktur empat fase dengan perubahan: Pertemuan 1—antisipasi kontrastif dan instruksi simbolisasi $|A|=|U|-|A^c|$; Pertemuan 2—situasi antara, contoh $n=4$, restrukturisasi hubungan $P(n,r)=r! \times C(n,r)$; Pertemuan 3—representasi eksplisit dan revisi pertanyaan koneksi numerik; penguatan institusionalisasi dengan pertanyaan metakognitif di seluruh pertemuan. Desain berstatus sebagai cetak biru pedagogis (pedagogical blueprint) yang masih memerlukan pengujian lebih lanjut pada konteks lebih luas.

P. PEMBAHASAN

P.1 Hambatan Belajar yang Dihadapi Mahasiswa dalam Kemandirian Berpikir Matematis

Hambatan pada Level 0: Kesadaran akan Keterbatasan dalam Menyatakan Ulang Informasi

Temuan bahwa 63% mahasiswa hanya menangkap data numerik dan mengabaikan informasi non-angka mengindikasikan hambatan epistemologis yang bersifat struktural. Mahasiswa terbiasa dengan soal matematika yang seluruh datanya disajikan dalam format numerik eksplisit, sehingga skema kognitif mereka berkembang dengan asumsi bahwa "informasi penting selalu berupa angka." Akibatnya, ketika muncul batasan krusial dalam bentuk frasa verbal tanpa angka, mahasiswa tidak mengenalinya sebagai "informasi matematis." Fenomena ini bukan semata-mata disebabkan oleh ketidak-telitian atau rendahnya kemampuan membaca, melainkan merupakan indikasi bahwa pengalaman belajar sebelumnya tidak membekali mahasiswa dengan kebiasaan membaca kritis dan memaknai informasi nonnumerik sebagai komponen penting dalam masalah kombinatorika.

Penelitian ini memperhalus klaim Polya (1973) tentang "memahami masalah" sebagai tahap pertama pemecahan masalah. Dalam konteks kombinatorika, memahami masalah tidak terjadi secara alami, melainkan memerlukan disposisi epistemis khusus yang dibangun melalui intervensi didaktis. Herlina, Wahyuni, Julianti, dan Novianti (2024) mengaitkan sistematisitas membaca soal dengan gaya belajar mandiri, namun penelitian ini menekankan bahwa faktor yang lebih menentukan adalah pengalaman epistemis, yaitu

apakah mahasiswa pernah dihadapkan pada masalah yang menuntut ekstraksi informasi verbal secara aktif. Dengan demikian, Level 0 kemandirian berpikir matematis tidak sekadar mencerminkan karakter belajar, melainkan juga repertoar pengalaman soal yang pernah diterima.

Penelitian ini juga menunjukkan bahwa Level 0 bukan kondisi yang seragam. Terdapat variasi yang dapat diamati: 10 mahasiswa (37%) mampu mengorganisasi informasi secara lengkap, 12 mahasiswa (44%) hanya menyalin angka tanpa memahami hubungan antar informasi, dan 5 mahasiswa (19%) bahkan melakukan kesalahan konversi satuan. Perbedaan ini bukan sekadar kuantitas, melainkan berpengaruh langsung terhadap kemungkinan transisi ke Level 1. Oleh karena itu, dalam kerangka kemandirian berpikir matematis, level sebaiknya dipandang sebagai kontinum dengan penanda transisional yang dapat diidentifikasi dan dijadikan sasaran intervensi didaktis. Penanda tersebut antara lain: kemampuan mengubah satuan secara konsisten, kemampuan mengubah istilah teknis (diameter menjadi jari-jari), dan kemampuan menuliskan ulang informasi dalam struktur kalimat yang berbeda dari soal.

Temuan lain menunjukkan bahwa hambatan epistemologis tidak hanya muncul pada tahap pemilihan rumus, tetapi bahkan pada tahap yang lebih mendasar, yakni cara mahasiswa mendefinisikan apa yang dianggap sebagai "informasi" dalam soal matematika. Nopriana, Asnawati, dan Kania (2025) menunjukkan bahwa hambatan epistemologis tidak hanya muncul dalam pemilihan rumus, tetapi juga pada cara mendefinisikan apa yang dianggap sebagai "informasi." Implikasinya, intervensi pembelajaran tidak cukup hanya dengan meminta mahasiswa "lebih teliti membaca soal," melainkan perlu diarahkan pada redefinisi eksplisit tentang apa yang termasuk informasi penting, melalui situasi didaktis yang secara sistematis menantang kebiasaan bias numerik tersebut.

Hambatan pada Level 1: Keingintahuan dalam Merumuskan Tujuan dan Langkah

Hanya 22% mahasiswa mencapai Level 1. Ketidakmampuan merumuskan tujuan tidak berakar pada kurangnya pengetahuan faktual tentang kombinatorik, karena sebagian dari mereka bahkan mampu menuliskan rumus $C(n,r)$ dengan benar. Masalah yang muncul lebih mendasar, yakni pemahaman konseptual tidak terhubung dengan kapasitas naratif matematis, yaitu kemampuan menyatakan "apa yang dicari" dalam bahasa matematis yang konsisten dengan konteks soal. Mahasiswa seperti M04 dan M14 menyebutkan "menghitung banyaknya kombinasi 11 angka" tanpa menyadari bahwa tujuan sebenarnya

adalah menentukan jumlah hadiah, yang merupakan konsekuensi dari banyaknya kombinasi, bukan identik dengannya.

Penelitian ini memperluas temuan Rahayuningsih dan Octavianti (2016) tentang ketidaktepatan model matematika dengan menunjukkan sumber hambatan yang lebih awal, yaitu kesulitan mahasiswa dalam mentransfer konsep. Mereka belajar kombinasi dalam konteks formal abstrak (misalnya "dari 5 bola, pilih 2"), tetapi ketika dihadapkan pada konteks naratif yang lebih kaya (kolam wisata, batu pijakan, pengunjung, hadiah), mereka tidak mampu memetakan struktur konsep ke dalam situasi tersebut. Kondisi ini mencerminkan pengetahuan yang terikat konteks (*context bound knowledge*), yakni pengetahuan yang melekat pada contoh spesifik tempat ia pertama kali dipelajari.

Temuan lain menunjukkan bahwa pola kesalahan dominan pada Level 1 adalah ketidakmampuan menyampaikan proses penyelesaian secara lengkap (14 mahasiswa). Mereka hanya menyebut tujuan atau konsep tanpa langkah konkret. Kesalahan lain yang cukup banyak adalah informasi tidak spesifik (10 mahasiswa), misalnya menyebut "kombinasi" tanpa nilai n dan r . Analisis lebih lanjut memperlihatkan bahwa tidak ada korelasi sempurna antara kelengkapan jawaban Level 0 dan keberhasilan Level 1: beberapa mahasiswa yang pada Level 0 tergolong "lengkap" tetap gagal di Level 1, sementara ada pula yang pada Level 0 "cukup lengkap" tetapi berhasil di Level 1. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan merumuskan tujuan tidak semata-mata ditentukan oleh kemampuan mengidentifikasi informasi, tetapi juga oleh kapasitas abstraksi dan transfer yang lebih tinggi.

Penelitian ini menegaskan bahwa Level 1 kemandirian berpikir matematis mengukur kemampuan translasi naratif matematis, yaitu kemampuan mengubah cerita menjadi tujuan matematis. Kapasitas ini tidak muncul secara otomatis dari pemahaman rumus dan jarang dilatihkan secara eksplisit dalam pendekatan pembelajaran konvensional. Kajian Sulastri, Suryadi, Prabawanto, dan Cahya (2022) tentang hambatan epistemologis menunjukkan bahwa pengetahuan yang diperkenalkan dalam satu konteks sempit akan sulit ditransfer ke konteks baru. Dengan demikian, pengajaran kombinatorik yang tidak disertai latihan perumusan tujuan secara kontekstual berpotensi menghasilkan mahasiswa yang hafal rumus tetapi gagal pada tahap orientasi masalah.

Hambatan pada Level 2: Ketekunan Intelektual dalam Memilah dan Merepresentasikan Informasi

Tidak ada mahasiswa yang mencapai Level 2. Kegagalan menemukan informasi implisit bukan karena mereka tidak mengetahui informasi tersebut—wawancara

menunjukkan bahwa ketika dipancing dengan pertanyaan terarah, mahasiswa mampu menyebutkan batasan tersebut. Masalah utamanya adalah kegagalan aktivasi mandiri: pengetahuan implisit tersimpan dalam struktur kognitif tetapi tidak terhubung dengan sistem pemantauan diri (*self-monitoring*) yang seharusnya mengaktifkannya secara otomatis selama proses pemecahan masalah. Kondisi ini menegaskan perbedaan antara "mengetahui" dan "mampu menggunakan secara mandiri," sebuah perbedaan yang sering kabur dalam literatur kemandirian belajar.

Bulut dan Karamik (2015) melaporkan bahwa mahasiswa lemah dalam mengenali batasan situasi. Penelitian ini menambahkan mekanisme kausal: kebiasaan epistemis. Mahasiswa tidak terbiasa bertanya "batasan apa lagi yang implisit dari situasi ini?" karena pembelajaran sebelumnya tidak pernah menuntut pertanyaan tersebut secara eksplisit. Kebiasaan metakognitif tidak muncul secara spontan; ia harus dilatihkan melalui situasi yang secara sistematis menciptakan ketidakcukupan informasi eksplisit.

Empat pola kesalahan teridentifikasi pada Level 2, dengan yang paling dominan adalah menuliskan data numerik cukup lengkap tetapi tidak menyadari informasi implisit (10 mahasiswa). Kelompok ini mampu mendaftar semua besaran angka (banyak batu 13, jarak antar batu 40 cm, batas lompatan 150 cm, dan lain-lain), tetapi gagal mensintesisnya menjadi kesimpulan bahwa setiap langkah hanya boleh berpindah ke satu batu. Data ini menunjukkan bahwa kemampuan sintesis dan penalaran terhadap data yang sudah dikumpulkan merupakan kompetensi yang berbeda dari sekadar kemampuan mengumpulkan data. Hal ini sejalan dengan temuan Rapanca, Wibowo, dan Sapti (2020) tentang struktur berpikir kombinatorik, namun penelitian ini menambahkan bahwa kegagalan terjadi justru setelah data terkumpul, bukan karena ketidakmampuan mengumpulkan data.

Penelitian ini menegaskan bahwa Level 2 kemandirian berpikir matematis bukan sekadar mengukur pengetahuan deklaratif tentang informasi implisit, melainkan mengukur kemampuan metakognitif untuk mendeteksi ketidakcukupan data dan secara mandiri mengaktifkan pengetahuan tersebut—yang disebut sebagai ambang batas aktivasi pemantauan diri (*self-monitoring activation threshold*). Alfin, Rizkiyah, dan Mardiyati (2024) serta Amanah, Ibana, dan Haikal (2023) mendeskripsikan lemahnya kemampuan metakognitif dalam menimbang relevansi informasi. Implikasinya, desain didaktis perlu diarahkan untuk menurunkan ambang batas ini dengan melatih mahasiswa secara sistematis mendeteksi ketidakcukupan data sebelum melanjutkan ke tahap berikutnya.

Hambatan pada Level 3: Keberanian Intelektual dan Otonomi Epistemik dalam Memilih dan Menjalankan Strategi

Tidak ada mahasiswa yang mencapai Level 3, dengan 67% menggunakan C(13,11) secara langsung tanpa mempertimbangkan syarat tambahan. Pendekatan yang didorong rumus (*formula-driven approach*) bukan sekadar kebiasaan buruk atau kelemahan pemahaman konsep, melainkan bentuk rasionalitas adaptif terhadap sistem evaluasi yang selama ini lebih menghargai ketepatan jawaban akhir dibanding kualitas penalaran. Dalam sistem ujian yang menuntut kecepatan dan ketepatan, memulai dari rumus adalah strategi yang efisien dan secara evolusioner dioptimalkan oleh mahasiswa. Ketika strategi tersebut gagal dalam konteks masalah yang lebih kompleks (karena adanya syarat tambahan), mereka tidak memiliki alternatif kognitif, bukan karena kurang mampu, tetapi karena alternatif tersebut tidak pernah dilatihkan atau dihargai.

Penelitian ini menambahkan dimensi eksplanatoris pada temuan Bulut dan Karamik (2015) yang mendeskripsikan bahwa calon guru menggunakan rumus sebagai titik awal. Penggunaan rumus sebagai titik awal merupakan produk dari budaya penilaian, bukan semata kelemahan pemahaman konsep. Wawancara dengan M03 mengungkap bahwa ia tidak memperhatikan syarat "dua batu yang tidak dipijak tidak boleh berdampingan" dan langsung menggunakan C(13,11) karena "akan mencari banyaknya bentuk lompatan." M17 juga mengaku ragu karena "bagian yang diketahui terlalu banyak sehingga penggunaan kombinasi tidak begitu saya pahami." Wawancara dengan M13 yang menggunakan faktorial 11! tanpa alasan jelas, serta dengan M05 yang mengaku tidak bisa menemukan kata kunci dalam kalimat karena biasanya kata kunci hanya muncul di bagian pertanyaan, semakin memperkuat bahwa ketiadaan pengalaman dalam menganalisis struktur masalah secara mandiri adalah akar utama hambatan di Level 3.

Pola kesalahan pada Level 3 juga menunjukkan bahwa 15 mahasiswa (56%) sama sekali tidak menyadari perlunya pengurangan 12 pasangan batu berdampingan dari 78 kombinasi awal. Mereka menganggap 78 sebagai jawaban final. Hal ini memperlihatkan bahwa mereka tidak hanya gagal dalam eksekusi, tetapi juga gagal dalam validasi kewajaran hasil, yaitu apakah wajar bahwa dari 13 batu dengan batasan lompatan, jumlah kemungkinan susunan 11 batu sama dengan kombinasi tanpa syarat. Mahasiswa tidak mempertanyakan hal tersebut, yang mengindikasikan absennya kebiasaan refleksi kuantitatif. Implikasinya bagi pendidikan matematika di LPTK sangat mendasar: perubahan tidak cukup dilakukan pada strategi mengajar, tetapi harus menyentuh sistem

evaluasi, yakni menilai proses analisis struktur masalah secara eksplisit, bukan hanya jawaban akhir.

Penelitian ini menegaskan bahwa Level 3 kemandirian berpikir matematis tidak dapat dicapai hanya dengan memperbaiki pemahaman konsep; ia mensyaratkan perubahan dalam kerangka epistemik (*epistemic frame*) mahasiswa tentang apa yang dianggap sebagai "pekerjaan matematika yang baik." Selama pekerjaan matematika yang baik didefinisikan sebagai "cepat sampai pada jawaban benar," mahasiswa tidak akan mengembangkan disposisi untuk menganalisis struktur masalah sebelum memilih rumus. Dengan demikian, kemandirian berpikir pada level strategi bersifat dikonstruksi bersama (*co-constructed*) antara pembelajar dan lingkungan penilaian.

Hambatan pada Level 4: Keterbukaan Pikiran dan Refleksi Diri dalam Mengembangkan Strategi Alternatif

Tidak ada mahasiswa yang mencapai Level 4; 67% bahkan tidak menjawab sama sekali pertanyaan strategi alternatif. Absennya strategi alternatif bukan semata-mata masalah kemampuan kognitif, melainkan cerminan tidak adanya budaya refleksi matematis dalam pengalaman belajar mahasiswa. Mereka tidak terbiasa memeriksa kembali kewajaran hasil, membandingkan metode, atau mempertanyakan apakah ada cara lain yang lebih efisien. Rahayuningsih dan Octavianti (2016) melaporkan bahwa mahasiswa dengan kemandirian rendah jarang memeriksa kembali pekerjaan mereka. Penelitian ini menemukan bahwa pola tersebut berlaku bahkan pada mahasiswa yang memiliki motivasi belajar yang baik, menunjukkan bahwa absennya refleksi bukan hanya masalah motivasi, tetapi juga akibat ketiadaan model dan tuntutan yang diinternalisasi.

Di antara yang mencoba menjawab (sebanyak 9 mahasiswa), sebagian besar gagal karena strategi alternatif yang dituliskan tidak tepat, tidak relevan, atau hanya mengulang strategi sebelumnya. Hanya dua mahasiswa (M06 dan M11) yang mencoba strategi berbeda, tetapi tidak menyelesaikan perhitungan atau salah dalam penerapan. Temuan ini menunjukkan bahwa bahkan mahasiswa dengan pemahaman konseptual relatif baik sekalipun tidak mampu memproduksi strategi alternatif yang valid.

Temuan ini memiliki bobot penting karena berdimensi ganda: kegagalan di Level 4 tidak hanya berdampak pada kemampuan matematis mahasiswa sebagai pelajar, tetapi juga membentuk profil mereka sebagai calon guru yang akan mengajar kombinatorik. Seorang guru yang tidak memiliki strategi alternatif tidak akan mampu membantu siswa yang buntu dengan satu cara penyelesaian, karena ia tidak memiliki jalan lain untuk ditawarkan. Penelitian ini menegaskan bahwa Level 4 kemandirian berpikir matematis

memiliki nilai pedagogis ganda: indikator kemandirian berpikir sekaligus prediktor kesiapan mengajar (*pedagogical readiness*). Seorang calon guru yang tidak mencapai Level 4 tidak akan mampu menjadi model fleksibilitas strategis bagi siswanya. Oleh karena itu, pengembangan Level 4 harus menjadi prioritas eksplisit dalam kurikulum LPTK, bukan hanya sebagai tujuan akademis, tetapi juga sebagai tuntutan kompetensi profesional.

P.2 Faktor Penyebab Hambatan Belajar

Faktor pada Level 0: Overload Informasi dan Bias Numerik

Temuan bahwa mahasiswa membutuhkan waktu sangat lama untuk memahami soal cerita kombinatorik yang kaya konteks tidak semata-mata mencerminkan kemampuan membaca yang rendah. Kondisi ini lebih tepat dipahami sebagai kegagalan skema kognitif yang dibentuk oleh kebiasaan soal konvensional. Selama bertahun-tahun, mahasiswa dilatih dengan soal matematika yang menyediakan semua data dalam format numerik eksplisit. Akibatnya, ketika dihadapkan pada teks yang memadukan informasi numerik dan verbal secara terpadu, sistem pemrosesan kognitif mereka mengalami kelebihan beban (*overload*). Faktor kedua, kecenderungan mengabaikan informasi nonangka, merupakan konsekuensi logis dari faktor pertama. Keduanya bermuara pada akar yang sama, yakni hambatan epistemologis yang diwariskan secara didaktis. Mahasiswa seperti M13 menggunakan definisi "informasi penting" yang dibentuk oleh pengalaman belajarnya—hanya fokus pada angka. Nopriana, Asnawati, dan Kania (2025) menunjukkan bahwa hambatan epistemologis muncul pada cara mendefinisikan apa yang dianggap sebagai "informasi." Faktor penyebab utama adalah ketidaksesuaian antara struktur informasi dalam soal dengan skema kognitif mahasiswa.

Faktor pada Level 1: Pemahaman Hafalan dan Hambatan Transfer Konteks

Penyebab utama kegagalan mahasiswa di Level 1 adalah ketidakmampuan merumuskan tujuan penyelesaian dalam bahasa sendiri, bukan karena mereka tidak mengenal konsep kombinatorika. Permasalahan muncul karena pemahaman yang terbentuk secara prosedural hafalan tidak memiliki fleksibilitas untuk diterjemahkan ke dalam situasi naratif yang baru. Mahasiswa tahu $C(n,r)$, tetapi tidak memahami apa yang sesungguhnya sedang dihitung ketika rumus tersebut diterapkan pada konteks pengunjung, batu, dan hadiah. Kondisi ini merupakan manifestasi klasik dari pengetahuan yang lembam (*inert knowledge*): pengetahuan yang ada tetapi tidak dapat diaktifkan dalam konteks berbeda dari tempat ia dipelajari. Fenomena ini lebih tepat dipahami sebagai kegagalan desain didaktis daripada kegagalan mahasiswa. Wawancara dengan M04 dan M14

mengungkap bahwa pemahaman mereka tentang konsep kombinatorika cenderung berupa hafalan tentang perbedaan antar konsep, bukan pemahaman prosedural yang terhubung dengan konteks. Hambatan epistemologis ini muncul karena pengetahuan pertama kali diperkenalkan dalam konteks sempit (soal kombinasi abstrak), sehingga sulit ditransfer ke konteks baru yang berbeda secara substantif. Kajian Sulastri, Suryadi, Prabawanto, dan Cahya (2022) tentang hambatan epistemologis dikonfirmasi dan diperpresisi: konteks kombinatorik berbasis narasi menuntut kapasitas metakognitif khusus yang jarang dilatihkan.

Faktor pada Level 2: Defisit Evaluatif dan Ketergantungan pada Pola Eksplisit

Penyebab kegagalan menemukan informasi implisit di Level 2 memiliki dua lapis yang perlu dibedakan. Lapis pertama adalah defisit evaluatif: mahasiswa tidak memiliki kebiasaan bertanya "apakah data ini sudah cukup?" terhadap informasi yang telah mereka kumpulkan. Wawancara dengan M14 menunjukkan bahwa ia merasa semua data yang dibutuhkan "sudah itu saja" dan hanya data berupa angka yang dianggap penting. Lapis kedua, yang lebih mendalam, adalah ketergantungan pada pola eksplisit: pengalaman belajar sebelumnya tidak pernah menuntut mahasiswa untuk menarik kesimpulan dari data yang tidak tersurat, sehingga kemampuan inferensi dari informasi implisit tidak pernah terbentuk sebagai keterampilan aktif. Alfin, Rizkiyah, dan Mardiyati (2024) serta Amanah, Ibana, dan Haikal (2023) mendeskripsikan lemahnya kemampuan metakognitif dalam menimbang relevansi informasi. Penelitian ini menambahkan bahwa mahasiswa yang gagal di Level 2 sering kali mampu menyebutkan informasi implisit yang benar ketika dipandu melalui pertanyaan wawancara. Artinya, pengetahuan tersebut ada, tetapi tidak terhubung dengan sistem pemantauan diri yang seharusnya mengaktifkannya secara mandiri.

Faktor pada Level 3: Dominasi Strategi Tunggal sebagai Artefak Budaya Penilaian

Penyebab ketidakmampuan memilih strategi yang sesuai di Level 3 telah lama diatribusikan pada kesalahpahaman konsep kombinatorika (BsY, 2010; Kuswardi, Usoda, Sutopo, Chrisnawati, & Nurhasanah, 2020). Penelitian ini sejalan dengan diagnosis tersebut, tetapi menambahkan akar yang lebih dalam: ketidakmampuan memilih strategi bukan hanya soal pemahaman konsep, melainkan soal repertoar strategi yang tidak pernah dibangun. Ketika mahasiswa tidak pernah diminta membandingkan dua strategi berbeda untuk masalah yang sama, mereka tidak mengembangkan kemampuan menilai kecocokan suatu strategi terhadap struktur masalah. Dimensi yang lebih kritis adalah dominasi

pendekatan yang didorong rumus, yang ternyata merupakan artefak budaya penilaian, bukan semata defisit kognitif. Dalam sistem ujian yang menilai ketepatan jawaban akhir, memulai dari rumus adalah strategi adaptif yang rasional. Implikasinya bagi pendidikan matematika di LPTK sangat mendasar: selama sistem penilaian tidak berubah untuk menghargai kualitas analisis struktur masalah secara eksplisit, perubahan strategi mengajar saja tidak akan cukup menggeser pola berpikir ini. Penelitian ini menegaskan bahwa Level 3 kemandirian berpikir matematis tidak dapat dicapai tanpa perubahan sistem penilaian yang sejalan. Kemandirian berpikir bukan murni variabel individual, melainkan bersifat dikonstruksi bersama antara pembelajar dan lingkungan penilaian.

Faktor pada Level 4: Absennya Budaya Refleksi dan Implikasinya bagi Profil Calon Guru

Penyebab tidak munculnya strategi alternatif di Level 4 ditemukan dalam satu akar tunggal, yaitu tidak adanya budaya refleksi matematis dalam pengalaman belajar mahasiswa. Mereka tidak terbiasa memeriksa kembali kewajaran hasil, membandingkan metode, atau mempertanyakan apakah ada cara lain yang lebih efisien. Wawancara dengan M14 yang hanya menyalin ulang jawaban dari Level 3 mengungkapkan bahwa ia tidak memiliki ide untuk menentukan cara lain dalam menyelesaikan masalah. Ia menjelaskan bahwa biasanya cukup dengan satu cara saja dalam menentukan solusi, dan dosen jarang meminta alternatif strategi secara tertulis. Kondisi ini menunjukkan hambatan didaktis, yaitu hambatan belajar akibat desain atau intervensi pengajar yang tidak menekankan pentingnya refleksi. Wawancara dengan M01 yang mencoba strategi alternatif menggunakan aturan perkalian mengungkapkan bahwa ia hanya mengingat ada bentuk perkalian pada kombinatorik, tetapi tidak memahami konsepnya dengan baik. Temuan ini memiliki bobot penting karena berdimensi ganda: kegagalan di Level 4 tidak hanya berdampak pada kemampuan matematis mahasiswa sebagai pelajar, tetapi juga membentuk profil mereka sebagai calon guru. Pengembangan Level 4 harus menjadi prioritas eksplisit dalam kurikulum LPTK, bukan hanya sebagai tujuan akademis, tetapi juga sebagai tuntutan kompetensi profesional.

P.3 Desain Didaktis Hipotetik sebagai Cetak Biru Pedagogis

Desain didaktis berbasis TDS yang diajukan dalam penelitian ini tidak sekadar menawarkan alternatif metode mengajar. Desain ini merupakan cetak biru pedagogis hipotetik yang dirancang untuk merespons kegagalan sistemik dalam pembelajaran konvensional yang menghasilkan pemahaman prosedural tanpa struktur konseptual. Penelitian sebelumnya secara konsisten melaporkan bahwa mahasiswa lemah dalam

kombinatorik (Bulut & Karamik, 2015; Triyani & Pujiastuti, 2020), tetapi nyaris tidak ada yang secara eksplisit merancang lintasan belajar untuk mengintervensi akar masalahnya. Penelitian ini menunjukkan bahwa DDR bukan hanya alat diagnostik untuk mengidentifikasi *learning obstacles*, tetapi juga alat konstruktif untuk merancang *milieu* yang secara presisi menargetkan hambatan epistemologis yang teridentifikasi. DDR memiliki kapasitas generatif, bukan sekadar deskriptif, sehingga memperluas formulasi asli Suryadi tentang peran DDR dalam pendidikan matematika.

Mahasiswa memperlakukan gabungan himpunan sebagai operasi aritmetika biasa, bukan sebagai relasi struktural yang memiliki syarat berlaku. Desain situasi aksi dan formulasi secara sengaja menciptakan ketidakcocokan kognitif dengan menyajikan kasus di mana penjumlahan langsung menghasilkan hitung ganda yang nyata. Keberhasilan mahasiswa menemukan sendiri syarat $|S_1 \cup S_2| = |S_1| + |S_2|$ hanya ketika $|S_1 \cap S_2| = \emptyset$ menjadi indikasi empiris bahwa konflik kognitif yang dirancang dengan tepat dapat menghasilkan pemahaman relasional, bukan sekadar hafalan kondisi. Hal ini mengonfirmasi temuan Arwadi dan Bustang (2017) tentang efektivitas lintasan kontekstual konkret, semi konkret, hingga abstrak, dengan presisi tambahan: konflik yang dirancang harus cukup spesifik untuk menargetkan celah antara pemahaman parsial dan pemahaman lengkap. Ketidakefektifan pembelajaran konvensional bukan karena kurangnya latihan, tetapi karena tidak adanya situasi yang memaksa mahasiswa mempertanyakan asumsi implisit mereka tentang prosedur yang sudah dikenal.

Strategi komplemen tidak ada dalam repertoar kognitif mahasiswa karena tidak pernah ada pemicu yang memaksa mereka mempertimbangkannya. Desain memanfaatkan prinsip fundamental: membuat strategi langsung terasa tidak efisien sebelum memperkenalkan alternatifnya. Mahasiswa yang dibiarkan terlebih dahulu bergulat dengan kompleksitas penghitungan langsung akan memiliki motivasi kognitif yang genuine untuk mencari cara lain. Temuan ini melampaui argumen Lockwood (2010) dan Modabbernia (2025) yang hanya mendeskripsikan pentingnya struktur himpunan dalam kombinatorik. Penelitian ini menunjukkan bahwa urutan pengalaman didaktis menentukan apakah suatu strategi akan terinternalisasi atau hanya diketahui. Mahasiswa yang mengalami kerumitan strategi langsung terlebih dahulu kemudian menemukan strategi komplemen akan menginternalisasi strategi tersebut sebagai sesuatu yang memiliki alasan, bukan sekadar rumus tambahan yang harus dihafal. Implikasi langsung bagi desain kurikulum adalah bahwa urutan penyajian konsep harus dirancang berdasarkan logika epistemis (*epistemic logic*), bukan sekadar logika hierarki kesulitan—konsep harus diurutkan sedemikian rupa

sehingga kebutuhan akan konsep berikutnya muncul secara alami dari keterbatasan konsep sebelumnya.

Mahasiswa belum memiliki skema kognitif untuk mempertanyakan hubungan antara dua besaran. Desain menumbuhkan kesadaran dengan menempatkan mahasiswa dalam situasi di mana pertanyaan "apakah setiap A berpasangan tepat satu dengan B?" menjadi kebutuhan situasional. Korespondensi satu-satu hanya dapat dipahami secara bermakna ketika pertama kali hadir sebagai kebutuhan dalam menyelesaikan masalah. Hal ini memperluas argumen Arwadi dan Bustang (2017) yang menekankan efektivitas konteks konkret, dengan menambahkan bahwa efektivitas desain bukan hanya bergantung pada pemilihan konteks yang familiar, tetapi pada cara konteks tersebut menuntut mahasiswa untuk membangun konsep secara mandiri. Tidak cukup dengan memberikan contoh aplikasi; situasi harus dirancang sedemikian rupa sehingga konsep menjadi alat yang tidak terhindarkan untuk memecahkan masalah yang diajukan.

Mahasiswa langsung menerapkan rumus tanpa menganalisis struktur situasi. Desain secara eksplisit melawan logika tersebut: mahasiswa diminta menghasilkan semua kemungkinan secara manual, mengelompokkan yang ekuivalen, dan baru melihat bagaimana $C(n,r) = P(n,r)/r!$ muncul sebagai generalisasi. Pendekatan ini menjadi argumen didaktis kuat terhadap praktik "rumus pertama." Sejalan dengan rekomendasi Matitaputty, Nusantara, Hidayanto, dan Sukoriyanto (2022) bahwa pengajaran kombinasi seharusnya diawali dari analisis struktur permutasi yang direduksi, penelitian ini memberikan bukti empiris: mahasiswa yang menemukan sendiri faktor $r!$ dari proses pengelompokan susunan ekuivalen jauh lebih mampu membedakan kapan situasi adalah permutasi dan kapan adalah kombinasi, dibandingkan mahasiswa yang hanya menerima rumus masing-masing sebagai entitas terpisah.

Validasi dan institusionalisasi memiliki peran ganda: sebagai mekanisme penguatan pengetahuan sekaligus sarana melatih regulasi metakognitif. Efektivitas desain berbasis TDS bergantung pada ketepatan merancang konflik kognitif (terutama fase aksi dan formulasi) serta penguatan validasi dan institusionalisasi dengan muatan metakognitif eksplisit. Desain yang hanya kuat pada fase aksi tetapi lemah pada formulasi dan validasi akan menghasilkan mahasiswa yang mampu mengikuti prosedur tetapi tidak mampu berpikir mandiri ketika menghadapi situasi baru. Kontribusi teoretis yang ditunjukkan adalah bahwa validasi dan institusionalisasi bukan sekadar tahap akhir pembelajaran, tetapi instrumen utama dalam membangun kemandirian berpikir matematis yang berkelanjutan.

P.4 Kesesuaian Desain Didaktis Hipotetik dengan Respons Aktual Mahasiswa

Fase aksi di ketiga pertemuan secara konsisten berhasil memantik intuisi dan hipotesis awal mahasiswa. Konteks yang digunakan memiliki keterbukaan terkontrol (*controlled openness*): cukup familiar untuk memulai eksplorasi tetapi cukup menantang untuk memaksa mahasiswa keluar dari pola yang sudah dikenal. Keberhasilan ini mengonfirmasi prinsip Brousseau (2002) tentang *milieu* yang efektif: mahasiswa harus dapat berinteraksi dengan situasi tanpa intervensi guru yang berlebihan, sehingga pengetahuan dikonstruksi sebagai konsekuensi logis dari interaksi tersebut. Dalam perspektif kemandirian berpikir matematis, fase aksi yang dirancang dengan baik merupakan prasyarat struktural bagi terbentuknya kemandirian berpikir, bukan sekadar aktivitas pembuka—mahasiswa yang diberikan kebebasan untuk mencoba, gagal, dan mencoba lagi akan mengembangkan rasa percaya diri untuk mengambil keputusan matematis berdasarkan penilaiannya sendiri.

Tiga pola kritis muncul: (1) generalisasi verbal tanpa simbolisasi pada Perhitungan Tidak Langsung; (2) pemahaman aturan penjumlahan tanpa eksplisitasi syarat irisan; (3) penggunaan rumus hafalan tanpa proses penurunan pada Permutasi dan Kombinasi. Instruksi dalam LKM tidak cukup memaksa mahasiswa melakukan transisi dari representasi konkret ke simbolik umum. Desainer sering kali sudah memiliki lintasan kognitif yang jelas, tetapi mahasiswa tidak memiliki peta yang sama. Instruksi yang terasa jelas bagi desainer dapat menjadi instruksi yang ambigu bagi mahasiswa. Implikasinya bagi metodologi DDR sangat signifikan: fase implementasi harus secara sistematis mempertanyakan apakah setiap transisi dalam lintasan belajar yang direncanakan sudah cukup "dimandatkan" oleh situasi yang dirancang, atau hanya diasumsikan akan terjadi secara natural. Desain yang baik tidak cukup hanya menyediakan urutan aktivitas yang logis; ia harus menciptakan kebutuhan bagi mahasiswa untuk melakukan transisi tersebut.

Mahasiswa masih memerlukan intervensi pengajar untuk mencapai generalisasi yang tepat. Ini merupakan sinyal diagnostik tentang kematangan desain. Validasi mandiri belum terjadi karena fase formulasi belum cukup membangun keyakinan mahasiswa terhadap kebenaran solusi mereka. Kontrak didaktis lama (guru sebagai otoritas tertinggi) belum sepenuhnya tergantikan. Dialog kritis dengan González-Martín, Bloch, Durand-Guerrier, dan Maschietto (2014) menunjukkan bahwa validasi yang bergantung pada pengajar menandakan fase formulasi perlu diperkuat. Hubungan antar fase dalam TDS bersifat organik: kekuatan validasi bergantung pada kedalaman formulasi, dan kedalaman formulasi bergantung pada kekayaan aksi. Temuan ini mengusulkan bahwa dalam DDR, evaluasi siklus harus dilakukan secara antar fase (*inter-fase*), bukan hanya menilai tiap fase

secara terpisah—kelemahan yang tampak di fase validasi mungkin berasal dari fase formulasi.

Mahasiswa yang "berhasil" hanya menguasai satu strategi dominan. Soal institusionalisasi belum secara eksplisit menuntut eksplorasi strategi ganda. Temuan ini menegaskan argumen Carlson dan Bloom (2005) bahwa fleksibilitas strategi merupakan indikator pemahaman konseptual yang mendalam, sekaligus menambahkan dimensi desain: fleksibilitas strategi harus diprovokasi secara eksplisit oleh tugas. Fase institusionalisasi juga mengungkap bahwa mahasiswa yang mampu menggunakan rumus dengan tepat belum tentu memiliki pemahaman konseptual yang mendalam, menunjukkan bahwa pengetahuan prosedural dapat hadir tanpa pengetahuan konseptual—keduanya harus dibedakan dalam penilaian. Implikasinya, soal akhir pertemuan tidak cukup hanya meminta jawaban numerik; ia harus meminta justifikasi dan eksplorasi alternatif.

P.5 Prinsip-Prinsip Desain Didaktis yang Berpotensi Meningkatkan Kemandirian Berpikir Matematis

Fase aksi di ketiga pertemuan serta rangkaian formulasi pada Aturan Penjumlahan, Aturan Perkalian, dan Korespondensi Satu-satu merupakan komponen paling konsisten menunjukkan indikasi efektivitas. Ketiganya memiliki karakteristik: konteks yang menuntut mahasiswa mengonstruksi hubungan matematis sebagai kebutuhan. Perbedaan mendasar antara komponen efektif dan kurang efektif terletak pada ketepatan jarak kognitif yang diciptakan. Jarak kognitif adalah ruang antara apa yang sudah diketahui mahasiswa dengan apa yang dituntut oleh situasi untuk diselesaikan. Temuan ini mengoperasionalkan konsep *zone of proximal development* Vygotsky dalam konteks desain didaktis kombinatorik secara lebih spesifik: desain yang efektif bukanlah desain yang membuat segalanya mudah, melainkan desain yang menghadirkan kesulitan yang tepat pada waktu yang tepat.

Enam Titik Kritis

Analisis retrospektif mengidentifikasi enam titik kritis: (1) generalisasi verbal tanpa simbolisasi pada Perhitungan Tidak Langsung; (2) ketidakeksplisitan peran irisan pada Aturan Penjumlahan; (3) dominasi hafalan rumus pada Permutasi dan Kombinasi; (4) generalisasi parsial karena contoh tunggal pada Permutasi Siklis; (5) representasi yang menghambat koneksi pada Kombinasi dengan Pengulangan; (6) pertanyaan kesimpulan yang tidak menggali koneksi numerik. Semua mencerminkan pola yang sama: instruksi dalam LKM memandang transisi kognitif sebagai sesuatu yang akan terjadi secara alami, padahal perlu dimandatkan secara eksplisit. Hejný (2008) menjelaskan bahwa skema

matematika terbentuk melalui akumulasi model-model terisolasi sebelum model generik muncul, dan proses ini tidak berlangsung otomatis, melainkan bergantung pada tersedianya cukup banyak contoh konkret serta instruksi yang mendorong pengelompokan dan generalisasi. Peta enam titik kritis ini memberikan panduan konkret bagi peneliti DDR lain tentang di mana dan mengapa desain hipotetik cenderung gagal dalam konteks kombinatorik.

Tujuh Perbaikan Desain

Tujuh perbaikan dirumuskan sebagai prinsip-prinsip didaktis yang dapat digeneralisasikan. Pertama, instruksi simbolisasi eksplisit: simbolisasi tidak terjadi secara alami dari pemahaman verbal; jika mahasiswa diharapkan menuliskan rumus, instruksi harus secara langsung memandatkan hal tersebut. Kedua, antisipasi kontraposis untuk irisan: kesadaran akan kondisi berlakunya aturan paling efektif dibangun melalui konflik dengan kasus di mana aturan tidak berlaku; konfrontasi langsung lebih kuat daripada sekadar penjelasan verbal. Ketiga, *scaffolding* konstruksi rumus permutasi: setiap transisi notasional memerlukan jembatan eksplisit; penambahan situasi antara dari perkalian $5 \times 4 = 20$ ke $5!/(5-2)!$ memastikan rumus muncul sebagai hasil konstruksi, bukan hafalan. Keempat, penambahan contoh konkret pada generalisasi: generalisasi induktif membutuhkan lebih dari satu titik data; dengan dua contoh, mahasiswa dapat mengidentifikasi pola yang lebih terpercaya. Kelima, pengaturan representasi awal: representasi awal harus selaras dengan struktur representasi target; jika representasi awal tidak mengekspos struktur yang diperlukan, transisi ke model abstrak akan terhambat. Keenam, revisi pertanyaan kesimpulan: pertanyaan harus cukup terstruktur untuk memandu mahasiswa melihat hubungan yang diinginkan, namun tetap memberi ruang eksplorasi. Ketujuh, penambahan pertanyaan metakognitif: pertanyaan seperti "Mengapa kamu memilih strategi ini?" berfungsi mengembangkan suara matematika mandiri—kemampuan berargumen berdasarkan penalaran sendiri, bukan otoritas eksternal.

Desain empiris merepresentasikan teori didaktis mini yang masih perlu diuji pada siklus DDR berikutnya atau pada skala yang lebih luas. Proposisi yang diajukan: kemandirian berpikir matematis berpotensi dikembangkan secara sistematis melalui empat mekanisme desain sinergis—(1) jarak kognitif tepat pada fase aksi, (2) transisi representasi dimandatkan secara eksplisit pada fase formulasi, (3) konflik antar strategi diprovokasi pada fase validasi, dan (4) refleksi metakognitif dituntut secara struktural pada fase institusionalisasi. Hortelano dan Prudente (2024) dalam metasintesis mereka tentang TDS

menyimpulkan bahwa TDS terbukti efektif dalam meningkatkan urutan pembelajaran dan mengembangkan praktik pedagogik, namun efektivitas bergantung pada ketelitian desain. Penelitian ini menunjukkan bahwa ketelitian desain dalam konteks kemandirian berpikir matematis berarti mendesain bukan untuk memudahkan mahasiswa, melainkan untuk menciptakan kondisi di mana kesulitan yang tepat mendorong konstruksi pengetahuan yang bermakna. Prinsip ini membedakan desain didaktis berbasis TDS dari sekadar variasi metode mengajar—desain yang baik tidak menghilangkan kesulitan, tetapi mengelola kesulitan sedemikian rupa sehingga menjadi produktif. Validitas desain didaktis empiris yang dihasilkan saat ini terbatas pada konteks penelitian (27 mahasiswa di Universitas Bengkulu) dan memerlukan pengujian pada skala yang lebih luas serta siklus DDR berikutnya untuk membuktikan efektivitasnya secara empiris.

P.6 Keterbatasan Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa keterbatasan yang perlu diakui dan diungkapkan secara terbuka. Pertama, penelitian secara eksplisit berfokus pada dimensi kognitif kemandirian berpikir matematis melalui lima level hierarkis. Meskipun dimensi non-kognitif (keutamaan intelektual seperti keingintahuan, keberanian intelektual, otonomi epistemik, keterbukaan pikiran, dan refleksi diri) diakui dalam kerangka, pengukuran aspek tersebut masih terbatas melalui wawancara tidak terstruktur dan belum menggunakan rubrik penilaian yang semestinya. Dengan demikian, pengukuran terhadap aspek non-kognitif masih bersifat terbatas dan belum dapat memberikan gambaran yang komprehensif tentang perkembangan atau hambatan keutamaan intelektual mahasiswa selama proses pembelajaran.

Kedua, penelitian membatasi diri pada aspek pemecahan masalah kombinatorika yang berorientasi pada solusi, yaitu kemampuan mahasiswa dalam menghasilkan jawaban akhir yang benar beserta proses pencapaiannya. Penelitian tidak mencakup aspek konstruksi konsep secara mandiri, pembuktian teorema, atau eksplorasi problem sebagai entitas yang dikaji terpisah dari penyelesaiannya. Keterbatasan ini berarti bahwa temuan tentang hambatan belajar dan desain didaktis yang dihasilkan hanya berlaku untuk konteks pemecahan masalah yang berorientasi solusi, dan belum teruji untuk konteks pembelajaran yang menuntut pembuktian, eksplorasi konsep secara mendalam, atau analisis teoretis.

Ketiga, penelitian tidak mengamati secara sistematis proses *devolution* sebagaimana dikonseptualisasikan dalam TDS. *Devolution*—tindakan guru untuk melimpahkan tanggung jawab kognitif atas masalah kepada mahasiswa sehingga mereka

menerima masalah tersebut sebagai milik mereka sendiri—merupakan komponen sentral dalam *TDS* yang sangat menentukan keberhasilan situasi adidaktis. Fokus utama penelitian ini adalah pada pengembangan dan implementasi desain didaktis serta analisis respons mahasiswa terhadap situasi yang dirancang, bukan pada analisis mendalam tentang bagaimana proses *devolution* berlangsung, hambatan apa yang muncul dalam pelimpahan tanggung jawab, dan bagaimana guru mengelola dinamika kontrak didaktis selama proses tersebut. Akibatnya, pemahaman tentang keberhasilan *devolution* dalam konteks penelitian ini masih bersifat terbatas dan memerlukan kajian lebih lanjut.

Meskipun memiliki keterbatasan-keterbatasan tersebut, penelitian ini tetap memberikan kontribusi yang signifikan, baik secara teoretis maupun praktis, dalam upaya memahami dan mengembangkan kemandirian berpikir matematis mahasiswa calon guru pada materi kombinatorika. Keterbatasan yang diakui secara terbuka ini justru menjadi pintu masuk bagi agenda-agenda penelitian selanjutnya yang dapat memperdalam dan memperluas temuan yang telah diperoleh.

Q. Simpulan

Simpulan

Penelitian ini berhasil mengungkap permasalahan kemandirian berpikir matematis pada mahasiswa calon guru matematika di Universitas Bengkulu dalam konteks kombinatorika, mengidentifikasi faktor penyebabnya, merancang dan mengimplementasikan alternatif pembelajaran berbasis *TDS* melalui kerangka *DDR*, serta menghasilkan desain didaktis empiris yang menunjukkan potensi mengatasinya.

Pertama, hambatan belajar terjadi bervariasi di seluruh level. Pada Level 0: Kesadaran akan Keterbatasan dalam Menyatakan Ulang Informasi, seluruh mahasiswa (100%) mencapai level ini, namun 63% gagal mengidentifikasi informasi nonangka sebagai komponen penting. Pada Level 1: Keingintahuan dalam Merumuskan Tujuan dan Langkah, hanya 22% mencapai level ini; 14 mahasiswa (52%) hanya menyebut "kombinasi" tanpa nilai n dan r . Pada Level 2: Ketekunan Intelektual dalam Memilah dan Merepresentasikan Informasi, tidak ada mahasiswa (0%) yang mencapai level ini; seluruhnya gagal menemukan informasi implisit. Pada Level 3: Keberanian Intelektual dan Otonomi Epistemik dalam Memilih dan Menjalankan Strategi, tidak ada mahasiswa (0%) yang mencapai level ini; 15 mahasiswa (56%) menggunakan $C(13,11)$ tanpa syarat. Pada Level 4: Keterbukaan Pikiran dan Refleksi Diri dalam Mengembangkan Strategi Alternatif, tidak ada mahasiswa (0%) yang mencapai level ini; 67% tidak menjawab pertanyaan strategi alternatif.

Kedua, faktor penyebab bersumber dari tiga jenis hambatan belajar. Hambatan ontogenik instrumental (Level 0 dan 1) bersumber dari kebiasaan berorientasi angka. Hambatan epistemologis (Level 1-4) merupakan jenis paling dominan, berkaitan dengan keterbatasan pemahaman konseptual struktur kombinatorik. Hambatan didaktis (Level 4) bersumber dari desain pembelajaran yang tidak melatih fleksibilitas strategi.

Ketiga, desain didaktis hipotetik dikembangkan dengan mengacu pada *TDS* melalui empat fase (aksi, formulasi, validasi, institusionalisasi) dalam tiga pertemuan yang mencakup seluruh materi kombinatorika. Setiap fase dirancang merespons hambatan teridentifikasi.

Keempat, implementasi desain mengonfirmasi efektivitasnya namun mengungkap enam titik kritis: (1) generalisasi verbal tanpa simbolisasi; (2) ketidakeksplisitan peran irisan; (3) dominasi hafalan rumus; (4) generalisasi parsial; (5) representasi menghambat koneksi; (6) pertanyaan kesimpulan tidak menggali koneksi numerik. Hasil tes akhir: 10 mahasiswa Level 0, 4 Level 1, 7 Level 2, 1 Level 3, dan 5 Level 4.

Kelima, dihasilkan desain didaktis empiris dengan tujuh perbaikan: (1) instruksi simbolisasi eksplisit; (2) antisipasi kontrastif; (3) *scaffolding* konstruksi rumus permutasi; (4) penambahan contoh konkret; (5) pengaturan representasi awal; (6) revisi pertanyaan kesimpulan; (7) penambahan pertanyaan metakognitif.

Keenam, secara teoretis, penelitian ini memberikan kontribusi pada tiga ranah: elaborasi konstruk kemandirian berpikir melalui instrumen lima level hierarkis, aplikasi *DDR* sistematis pada kombinatorika, dan pemetaan hambatan belajar spesifik pada mahasiswa calon guru.

Implikasi

Penelitian ini memperkaya kerangka *DDR* dengan menunjukkan operasionalisasi *TDS* dalam pengembangan kemandirian berpikir matematis. Klasifikasi *learning obstacles*—ontogenik instrumental, ontogenik psikologis, epistemologis, dan didaktis—memperkaya kajian hambatan belajar, khususnya materi kombinatorika di perguruan tinggi. Temuan tentang transisi representasi konkret menuju generalisasi simbolik sebagai titik kritis memberikan wawasan pentingnya *scaffolding* representasi dalam desain didaktis.

Desain didaktis empiris menawarkan cetak biru pedagogis yang dapat diadaptasi dosen pengampu kombinatorika. Penerapan empat fase situasi didaktis mengubah peran mahasiswa dari penerima pasif menjadi subjek otonom. Penelitian ini memberikan pedoman antisipasi respons mahasiswa, pemanfaatan konflik kognitif, dan pengelolaan

transisi antarrepresentasi. Pengalaman belajar ini menjadi *modelling* bagi calon guru tentang pembelajaran konstruktif, dengan rantai kausalitas: penguatan kemandirian berpikir calon guru menurunkan ketergantungan pada pola mengajar prosedural.

Rekomendasi

Pertama, dosen pengampu matematika diskrit dan kombinatorika disarankan mengadaptasi desain didaktis empiris dengan penyesuaian karakteristik mahasiswa. Dosen perlu membiasakan mahasiswa dengan soal non-rutin kaya informasi nonnumerik, melatih identifikasi informasi implisit melalui penalaran induktif, dan menuntut penggunaan lebih dari satu strategi penyelesaian.

Kedua, program studi Pendidikan Matematika di LPTK perlu mengintegrasikan materi DDR dan analisis hambatan belajar ke dalam mata kuliah kependidikan. Peta hambatan belajar—ontogenik instrumental, epistemologis, dan didaktis—dapat dijadikan dasar inovasi pembelajaran berkelanjutan, membekali calon guru merancang pembelajaran responsif.

Ketiga, peneliti DDR perlu melakukan penelitian implementasi pada konteks dan subjek lebih beragam untuk menguji validitas eksternal desain. Studi selanjutnya dapat fokus pada strategi metakognitif untuk mendorong Level 4: Keterbukaan Pikiran dan Refleksi Diri dalam Mengembangkan Strategi Alternatif, serta eksplorasi penerapan pada materi lain (probabilitas, teori graf). Pengembangan instrumen asesmen formatif untuk memotret kemandirian berpikir juga menjadi agenda penting.

Keempat, peneliti selanjutnya dapat mengembangkan instrumen penilaian sistematis bagi dimensi non-kognitif kemandirian berpikir matematis (keingintahuan, keberanian intelektual, otonomi epistemik, keterbukaan pikiran, refleksi diri) untuk melengkapi pemahaman konstruk sebagai entitas utuh. Penelitian longitudinal juga direkomendasikan untuk melacak perkembangan kemandirian berpikir mahasiswa sepanjang masa studi.

DAFTAR PUSTAKA

- Abrar, A. I. P. (2018). Investigasi dalam proses pembelajaran matematika. *Al-Khwarizmi: Jurnal Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 3(2), 57–62. <https://doi.org/10.24256/jpmipa.v3i2.235>
- Adharini, D., & Herman, T. (2021). Didactical design of vectors in mathematics to develop creative thinking ability and self-confidence of Year 10 students. *Journal of Physics: Conference Series*, 1882(1), 012089. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1882/1/012089>
- Alfin, E., Rizkiyah, N., & Mardiyati, S. (2024). Pengaruh kemampuan metakognitif terhadap hasil belajar pengetahuan mahasiswa semester 5 Universitas Indraprasta PGRI. *Jurnal Review Pendidikan dan Pengajaran*, 7(4), 17703–17708.
- Al-Swelmyeen, M. B., Sakarneh, M. A., & Al zabenc, G. P. (2020). The effect of self-questioning strategy in developing independent thinking in teaching physics. *Cypriot Journal of Educational Sciences*, 15(3), 502–510. <https://doi.org/10.18844/cjes.v15i3.4918>
- Amanah, I., Ibana, L., & Haikal, M. (2023). Hubungan antara keterampilan metakognitif dan keterampilan berpikir kritis siswa Madrasah Aliyah. *Multi Discere Journal*, 2(2), 66–78. <https://doi.org/10.36312/mj.v2i2.2718>
- Appelbaum, P. (2008). Sense and representation in elementary mathematics. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 10–17.
- Arwadi, F., & Bustang. (2017). Small-scale design-based research on elementary school children's skills and understanding of combinatorics: A case of Indonesia. *Global Research and Consulting Institute (Global-RCI)*.
- Astriani, L., Mujib, A., & Firmansyah. (2022). Didactical design for overcoming learning obstacles in mathematics of junior high school students. *International Journal of Educational Research Excellence (IJERE)*, 1(1), 58–62. <https://doi.org/10.55299/ijere.v1i1.97>
- Avcu, S., & Avcu, R. (2010). Pre-service elementary mathematics teachers' use of strategies in mathematical problem solving. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 9, 1282–1286. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.321>
- Baehr, J. (2011). *The Inquiring Mind: On Intellectual Virtues and Virtue Epistemology*. Oxford University Press.

- Barab, S., & Squire, K. (2004). Design-based research: Putting a stake in the ground. *Journal of the Learning Sciences*, *13*(1), 1–14. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1301_1
- Benjamin, A., & Quinn, J. (2003). Proofs that really count (Vol. 27). American Mathematical Society. <https://doi.org/10.5948/9781614442080>
- Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, *79*(1), 127–147.
- Bintara, I. A., Herman, T., & Hasanah, A. (2020). Didactical design realistic mathematics education based on green mathematics in direct & indirect proportions concept at junior high school. *Proceeding International Conference on Science and Engineering*, *3*, 555–560. <https://doi.org/10.14421/icse.v3.562>
- Brousseau, G. (2002). Theory of didactical situations in mathematics (A. J. Bishop, Ed.; Vol. 19). Kluwer Academic Publishers.
- BsY, B. (2010). Pengembangan kemandirian belajar berbasis nilai untuk meningkatkan komunikasi matematis. *Jurnal Pendidikan Matematika dan IPA*, *1*(1), 11–21.
- Bulut, N., & Karamik, G. (2015). Preservice mathematics teachers' ways of using problem solving strategies while solving mathematical word problems. *International Journal of Human Sciences*, *12*(2), 1180. <https://doi.org/10.14687/ijhs.v12i2.3420>
- Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*(1), 35–49. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.15.1.0035>
- Carlson, M. P., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, *58*(1), 45–75. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-0808-x>
- Carmo, F. M. A. do, Faustino, J. A. de O., Lima, M. V. M. de, Felício, M. S. N. B., Borges Neto, H., & Cerqueira, G. S. (2020). Didactic contract from the perspective of the theory of didactical situations. *International Journal for Innovation Education and Research*, *8*(7), 123–134. <https://doi.org/10.31686/ijier.vol8.iss7.2460>
- Chen, J. (2020). Beyond information organization and evaluation: How can information scientists contribute to independent thinking? *Data and Information Management*, *4*(3), 171–176. <https://doi.org/10.2478/dim-2020-0017>

- Cholila, A., Purwanto, P., & Hidayanto, E. (2019). Media pembelajaran matematika materi kombinatorika berbasis media interaktif pada siswa SMK. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, dan Pengembangan*, 4(4), 548–555.
- Cockburn, A., Cockerton, E., Manning, R., & Parslow-Williams, P. (2008). Thinking to the future: Prospective teachers encouraging children's mathematical thinking. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 156–159.
- Costică, L. (2015). Elaborating a paradigm for the didactics of a discipline. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 203, 35–41. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.08.256>
- Creswell, J. W. (2015). *Educational research: Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research* (4th ed.). Pearson.
- Daher, W., Baya'a, N., & Jaber, O. (2022). Understanding prospective teachers' task design considerations through the lens of the theory of didactical situations. *Mathematics*, 10(3), 417. <https://doi.org/10.3390/math10030417>
- Damayanti, H. T., & Sumardi, S. (2018). Mathematical creative thinking ability of junior high school students in solving open-ended problem. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 3(1), 36–45.
- De Sousa, R. T., Dos Santos, M. G. M., & Alves, F. R. V. (2023). An investigation of the bivariate complex Fibonacci polynomials supported in didactic engineering: An application of theory of didactics situations (TDS). *Acta Scientiae*, 21(3), 170–195. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss3id3940>
- Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2000). The "what" and "why" of goal pursuits: Human needs and the self-determination of behavior. *Psychological Inquiry*, 11(4), 227–268. https://doi.org/10.1207/S15327965PLI1104_01
- Desfitri, R. (2024). Analysis of students' combinatorial thinking model in solving combinatorics problems. *KnE Social Sciences*. <https://doi.org/10.18502/kss.v9i13.16034>
- Dewey, J. (1910). *How we think*. D.C. Heath & Co.
- Dewey, J. (1916). *Democracy and Education: An Introduction to the Philosophy of Education*. Macmillan.
- Dharma, D., Kamid, K., & Yantoro, Y. (2021). Analyzing learning obstacle with didactical design research on three-dimensional distance material. *Indonesian Journal of Science and Mathematics Education*, 4(3), 287–301. <https://doi.org/10.24042/ijsme.v4i3.10355>

- Dostál, J. (2015). Theory of problem solving. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 174, 2798–2805. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.970>
- Duffy, M. L., Jones, J., & Thomas, S. W. (1999). Using portfolios to foster independent thinking. *Intervention in School and Clinic*, 35(1), 34–37. <https://doi.org/10.1177/105345129903500106>
- Erika, E., Sumarni, S., & Adiasuty, N. (2022). Didactic design analysis of quadrilateral learning in the term of interactive media based on Adobe Flash through contextual teaching and learning approach. *Mathline: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 7(2). <https://doi.org/10.31943/mathline.v7i2.224>
- Ernest, P. (1998). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. State University of New York Press.
- Etessami, K. (2016). Discrete mathematics & mathematical reasoning: Chapter 6 – Counting. In *Discrete mathematics & mathematical reasoning (6)*. School of Informatics, University of Edinburgh.
- Fauziah, E., Lidinillah, D. A. M., & Apriani, I. F. (2023). Obstacle to learning algebra in elementary schools. *AlphaMath: Journal of Mathematics Education*, 9(2), 161. <https://doi.org/10.30595/alphamath.v9i2.18612>
- Felbrich, A., Kaiser, G., & Schmotz, C. (2012). The cultural dimension of beliefs: An investigation of future primary teachers' epistemological beliefs concerning the nature of mathematics in five countries. *ZDM Mathematics Education*, 44(3), 355-366.
- Fineldi, R. J., & Hidayati, K. (2023). Students' difficulties: Mathematical creative thinking skill questions based on habits of mind. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 10(1), 17–31. <https://doi.org/10.21831/jrpm.v10i1.60001>
- Firman, F., & Purnami, A. S. (2016). Upaya meningkatkan keaktifan dan hasil belajar matematika melalui pendekatan open ended siswa kelas X SMA Taman Madya Jetis Yogyakarta. *UNION: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 4(2). <https://doi.org/10.30738/v4i2.438>
- Fitrianna, A. Y., Yuliani, A., & Yuspriyati, D. N. (2019). A didactical design of problem-based learning teaching materials to overcome students learning obstacles on calculus. *Journal of Physics: Conference Series*, 1315(1), 012087. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1315/1/012087>
- Fitriawan, D., Siregar, N., & Sulistyowati, E. (2023). Learning design for combinatorics with realistic mathematics education (RME) approach. *Hipotenusa: Journal of*

- Mathematical Society, 5(2), 109–120.
<https://doi.org/10.18326/hipotenusa.v5i2.290>
- Freire, P. (1970). *Pedagogy of the Oppressed*. Continuum.
- Goldman, A. I. (2011). *Knowledge in a Social World*. Oxford University Press.
- González-Martín, A. S., Bloch, I., Durand-Guerrier, V., & Maschietto, M. (2014). Didactic situations and didactical engineering in university mathematics: Cases from the study of calculus and proof. *Research in Mathematics Education*, 16(2), 117–134. <https://doi.org/10.1080/14794802.2014.918347>
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 17–51). Routledge.
- Guilford, J. P. (1950). Creativity. *American Psychologist*, 5(9), 444–454.
<https://doi.org/10.1037/h0063487>
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519–524. <https://doi.org/10.1080/00029890.1980.11995081>
- Hariyani, M., Herman, T., Suryadi, D., & Prabawanto, S. (2022). Mengembangkan desain didaktis berdasarkan hambatan belajar dan learning trajectory siswa pada konsep dasar pecahan di sekolah dasar. *DWIJA CENDEKIA: Jurnal Riset Pedagogik*, 6(2), 416. <https://doi.org/10.20961/jdc.v6i2.63429>
- Hejný, M. (2008). Scheme-oriented educational strategy in mathematics. In B. Maj, M. Pytlak, & E. Swoboda (Eds.), *Supporting independent thinking through mathematical education* (pp. 40–48). Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego.
- Henderson, K. B., & Pingry, R. E. (1953). Problem solving in mathematics. In H. F. Fehr (Ed.), *The learning of mathematics: Its theory and practice* (pp. 228–270). NCTM.
- Herlina, S., Wahyuni, R., Julianti, D., & Novianti, A. (2024). Bransford & Stein theory: Mathematical thinking process of prospective mathematics teacher students in solving statistical problems based on cognitive learning style. *PRISMA*, 13(2), 245. <https://doi.org/10.35194/jp.v13i2.4844>
- Herrity, J., & Eads, A. (2024, February 1). What is an independent thinker? (With a list of traits). *Indeed Career Guide*. <https://Ca.Indeed.Com/Career-Advice/Career-Development/Independent-Thinker#toc-Traits-of-an-Independent-Thinker>

- Hersant, M., & Perrin-Glorian, M.-J. (2005). Characterization of an ordinary teaching practice with the help of the theory of didactic situations. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1–3), 113–151. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-2183-z>
- Hersh, R. (2003). Independent thinking. *The College Mathematics Journal*, 34(2), 112–115. <https://doi.org/10.1080/07468342.2003.11921993>
- Hoffmann, A. (2008). Is it possible to teach our pupils to think independently? Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education, 34–37.
- Hollenbach, J., & De Graaf, C. (1957). Teaching for thinking. *The Journal of Higher Education*, 28(3), 126–130. <https://doi.org/10.1080/00221546.1957.11780562>
- Hortelano, J. C., & Prudente, M. (2024). Effects of the theory of didactical situations application in mathematics education: A metasynthesis. *Journal of Pedagogical Research*. <https://doi.org/10.33902/JPR.202426908>
- Husein, S., & Sugiman, S. (2024). Komparasi muatan didaktis materi aljabar antara buku teks matematika kelas X Kurikulum Merdeka dan Kurikulum Cambridge. *Jurnal Pedagogi Matematika*, 10(2), 109–120. <https://doi.org/10.21831/jpm.v10i2.19402>
- Ihsan, I. R., & Kosasih, U. (2018). Desain pembelajaran materi permutasi untuk mengoptimalkan kemampuan berpikir kombinatorik mahasiswa. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 97–106.
- Jamilah, J., Priskila, P., & Oktaviana, D. (2024). Didactical design to overcome learning obstacles in cuboid volume. *Jurnal Elemen*, 10(2), 324–340. <https://doi.org/10.29408/jel.v10i2.25244>
- Jonassen, D. H. (1997). Instructional design models for well-structured and ill-structured problem-solving learning outcomes. *Educational Technology Research and Development*, 45(1), 65–94. <https://doi.org/10.1007/BF02299613>
- Kesumawati, N., Lusiana, Fuadiah, N. F., & Retta, A. M. (2024). Obstacles to relations and functions concepts learning in terms of theory of didactic situations criteria. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 18(2), 259–272. <https://doi.org/10.22342/jpm.v18i2.pp259-272>
- Khamidovna, P. O., Saidovna, R. D., & Bakhtiyarovna, Y. B. (2021). The role of communication and independent thinking in the development of students' creative ability. *Berlin Studies Transnational Journal of Science and Humanities*, 1(1.5), 470–480. <https://doi.org/10.5281/zenodo.5750410>

- Kim, K. H. (2006). Can we trust creativity tests? A review of the Torrance Tests of Creative Thinking (TTCT). *Creativity Research Journal*, 18(1), 3–14. https://doi.org/10.1207/s15326934crj1801_2
- Kmetec, S. (2008). Mathematics through investigations and problem solving. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 210–213.
- Komala, E., Suryadi, D., & Dasari, D. (2021). Kemampuan representasi: Implementasi pengembangan desain didaktis pada pembelajaran matematika di sekolah menengah atas. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(4), 2179. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i4.3971>
- Kovarova, I. (2008). Approaches to solving processes of one fuzzy problem by primary school children. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 188–195.
- Kusumayanti, A., Rahmi, N., Hairunnisa, S., Amalya, R. P., & Fauzirah, S. (2023). Analysis of students' learning obstacles on PISA-based uncertainty and data content. *Alauddin Journal of Mathematics Education*, 5(2), 181–201. <https://doi.org/10.24252/ajme.v5i2.43148>
- Kuswardi, Y., Usoda, B., Sutopo, Chrisnawati, H. E., & Nurhasanah, F. (2020). Kemampuan berpikir matematis tingkat lanjut berdasarkan tingkat kepercayaan diri mahasiswa pada pembelajaran matematika diskrit.
- Landis, J. R., & Koch, G. G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics*, 33(1), 159–174. <https://doi.org/10.2307/2529310>
- Levy, N. (2024). *Bad Beliefs: Why They Happen and What to Do About Them*. Oxford University Press.
- Limón, M. (2001). On the cognitive conflict as an instructional strategy for conceptual change: A critical appraisal. *Learning and Instruction*, 11(4–5), 357–380. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(00\)00037-2](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(00)00037-2)
- Littler, G. H., & Jirotkova, D. (2008). Primary school pupils' misconceptions in number. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 55–60.
- Lockwood, E. (2010). An investigation of post-secondary students' understanding of two fundamental counting principles. *Proceedings of the 13th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*.
- Lockwood, E. (2013). A model of students' combinatorial thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 251–265. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.02.008>

- Longino, H. E. (2002). *The Fate of Knowledge*. Princeton University Press.
- Looky, M., & Waverly, N. (2009). Meaningful independent practice in mathematics.
- Lubart, T. I. (1994). Creativity. In *Thinking and problem solving* (pp. 289–332). Elsevier.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-08-057299-4.50016-5>
- Maizora, S., & Juandi, D. (2022). Third grade elementary school students' conception of number line. *AIP Conference Proceedings*, 2468(1), 070065.
<https://doi.org/10.1063/5.0102551>
- Maizora, S., & Rosjanuardi, R. (2021). Konsepsi siswa kelas tiga sekolah dasar tentang bilangan bulat. *Pythagoras: Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(2), 201–215.
<https://doi.org/10.21831/pg.v15i2.37645>
- Maj, B. (2008). Developing creative mathematical activities during lessons of mathematics. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 138–144.
- Mamede, E. (2008). Focusing on children's early ideas of fractions. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 61–67.
- Mangiante-Orsola, C., Perrin-Glorian, M.-J., & Strømskag, H. (2018). Theory of didactical situations as a tool to understand and develop mathematics teaching practices. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Special Issue*, 145–174.
- Marchini, C., & Cockburn, A. (2008). Teaching practices revealed through arithmetic misconceptions. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 145–151.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically*. Pearson Education Limited.
- Matitaputty, C., Nusantara, T., Hidayanto, E., & Sukoriyanto. (2022). Examining the pedagogical content knowledge of in-service mathematics teachers on the permutations and combinations in the context of student mistakes. *Journal on Mathematics Education*, 13(3), 393–414.
<https://doi.org/10.22342/jme.v13i3.pp393-414>
- Mawarni, & Intan Sari. (2025). Analisis desain didaktis materi permutasi dan kombinasi berdasarkan learning obstacle siswa SMA. *SIGMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 17(2), 746–755. <https://doi.org/10.26618/sekw9w97>
- Mayer, R. E., & Wittrock, M. C. (2006). Problem solving. In *Handbook of educational psychology* (pp. 287–303). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

- Meika, I., Suryadi, D., & Darhim, D. (2019). Developing a local instruction theory for learning combinations. *Infinity Journal*, 8(2), 157. <https://doi.org/10.22460/infinity.v8i2.p157-166>
- Modabbernia, N. (2025). Choosing and not choosing: Examining students' perceptions of not choosing a particular attribute in combinatorial tasks. *Journal of Mathematical Behavior*, 80. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2025.101279>
- Mott, J. L., Kandel, A., & Baker, T. P. (2002). *Discrete mathematics for computer scientists and mathematicians* (2nd ed.). Prentice Hall.
- Mursidik, E. S. M., Samsiyah, N., & Rudyanto, H. E. (2015). Kemampuan berpikir kreatif dalam memecahkan masalah matematika open-ended ditinjau dari tingkat kemampuan matematika siswa sekolah dasar. *Pedagogia: Jurnal Pendidikan*, 4(1), 23–33. <https://doi.org/10.21070/pedagogia.v4i1.69>
- Muslimah, R. H., & Witanto, Y. (2025). A study of students' mathematical concept understanding ability: Learning anxiety and independence in learning mathematics. *Journal Evaluation in Education (JEE)*, 6(2), 417–427. <https://doi.org/10.37251/jee.v6i2.1482>
- Muzyczka, D. (2008). The differences in mathematical thinking of children in the in-school and out-of-school situations. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 202–207.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Nopriana, T., Asnawati, S., & Kania, N. (2025). Phenomenological hermeneutic study on the epistemological obstacles of high school students in solving combinatorics problems. *Southeast Asia Mathematics Education Journal*, 15(1).
- Nur'aeni, E. L., Pranata, O. H., Hodidjah, H., Apriani, I. F., & Suryati, C. (2019). Didactic design of circumference and area of square based on Indonesia traditional game in elementary school. *Journal of Physics: Conference Series*, 1318(1), 012020. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1318/1/012020>
- Nurcholifah, S., Mastur, Z., & Dwijanto, D. (2021). The analysis of mathematical creative thinking skill and independence in problem-based learning with the open-ended approach. *Unnes Journal of Mathematics Education Research*, 10(1), 18–23.
- Nurhikmayati, I., Jatisunda, M. G., & Ratnawulan, N. (2022). The practice of reflection based on didactical design research: An analysis of the geometry transformation material. *JTAM (Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika)*, 6(3), 565. <https://doi.org/10.31764/jtam.v6i3.8441>

- Oliveira, R. R. de, & Alves, F. R. V. (2019). An investigation of the bivariate complex Fibonacci polynomials supported in didactic engineering: An application of theory of didactics situations (TDS). *Acta Scientiae*, 21(3), 170–195. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss3id3940>
- Pauji, I., Suryadi, D., Afifi, M., & Hendriyanto, A. (2023). Learning obstacle in the introduction to number: A critical study within didactical design research framework. *Indonesian Journal of Science and Mathematics Education*, 6(3), 430–451.
- Pavlovicova, G., & Vaskova, V. (2008). Perceptions of numbers of 5 to 6 year old children. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 49–54.
- Perkasa, A. A., & Astuti, D. (2022). Analysis of students' mathematical problem-solving ability on trigonometry. *UNION: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 10(2), 179–191. <https://doi.org/10.30738/union.v10i2.12476>
- Perrin-Glorian, M.-J. (2008). From producing optimal teaching to analysing usual classroom situations: Development of a fundamental concept in the theory of didactic situations: The notion of milieu. *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction*, 308.
- Plomp, T., & Nieveen, N. (2013). Educational design research: An introduction. In T. Plomp & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (Vol. 2013). Netherlands Institute for Curriculum Development (SLO).
- Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Ponte, D. J. P. (2008). Investigating mathematics: A challenge for students, teachers, and mathematics education researchers. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 122–137.
- Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2009). *Problem solving in mathematics grades 3-6: Powerful strategies to deepen understanding*. Corwin Press.
- Prastyo, H. (2020). Kemampuan matematika siswa Indonesia berdasarkan TIMSS. *Jurnal Padeagogik*, 3(2), 111–117. <https://doi.org/10.35974/jpd.v3i2.2367>
- Putra, A., Zulkardi, Putri, R. I. I., & Laswadi. (2025). Secondary students' informal strategies in solving enumeration problems prior to formal combinatorics instruction. *Jurnal Elemen*, 11(4), 898–911. <https://doi.org/10.29408/jel.v11i4.31088>

- Putri, W. K. H. W., Suryadi, D., & Mulyana, E. (2020). Developing a didactical design: The distance between a point and a line in three dimensional shape. *Journal of Physics: Conference Series*, 1521(3), 032027. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1521/3/032027>
- Qizi, M. M. A., & Qizi, X. O. O. (2025). Developing independent thinking in primary school students through logical problems. *International Journal of Advance Scientific Research*, 5(1), 31–36. <https://doi.org/10.37547/ijasr-05-01-06>
- Rachma, A. A., & Rosjanuardi, R. (2021). Students' obstacles in learning sequence and series using onto-semiotic approach. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(2), 115–132. <https://doi.org/10.22342/jpm.15.2.13519.115-132>
- Rahayuningsih, S., & Octavianti, C. T. (2016). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah kombinatorika. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*.
- Ramazhana, D. A., & Pritasari, A. C. (2024). Peran guru dalam menciptakan lingkungan belajar kondusif bagi siswa sekolah dasar. *Jurnal Keguruan dan Ilmu Pendidikan (JKIP)*, 2(1), 30–37. <https://doi.org/10.61116/jkip.v2i1.329>
- Rapanca, D., Wibowo, T., & Sapti, M. (2020). Struktur berpikir kombinatorik siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. *Jurnal Pendidikan Surya Edukasi (JPSE)*, 6(1), 96–103. <https://doi.org/10.37729/jpse.v6i1.6496>
- Ritchhart, R. (2002). *Intellectual character: What it is, why it matters, and how to get it*. Jossey-Bass.
- Romli, M. (2017). Profil koneksi matematis siswa perempuan SMA dengan kemampuan matematika tinggi dalam menyelesaikan masalah matematika. *JIPMat*, 1(2). <https://doi.org/10.26877/jipmat.v1i2.1241>
- Rønning, F. (2019). Didactics of mathematics as a research field in Scandinavia (pp. 153–185). https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_6
- Rosita, C. D., Noto, M. S., Anggraini, L. M., & Rahadi, I. N. (2025). Didactical design with motion graphics for enhancing conceptual understanding of geometric translation. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(4), 935–948. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v14i4.3544>
- Runco, M. A. (2004). Creativity. *Annual Review of Psychology*, 55(1), 657–687. <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.55.090902.141502>

- Sardinha, M. de F., Palhares, P., & Azevedo, F. (2008). Problem stories in the education for numeracy and literacy. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 196–201.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Semadeni, Z. (2008). Factor hampering independent mathematical thinking. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 18–25.
- Setiyani, Waluya, S. B., Sukestiyarno, Y. L., & Cahyono, A. N. (2023). Construction of reflective thinking: A field independent student in numerical problems. *Journal on Mathematics Education*, 15(1), 151–172. <https://doi.org/10.22342/jme.v15i1.pp151-172>
- Simbolon, J. D., Harahap, N. A., Alkhasannah, R., & Harahap, S. K. (2022). Pengembangan bahan ajar matematika berbasis pendekatan matematika realistik (PMR) untuk meningkatkan kemampuan kombinatorik siswa. *Proceedings Seminar Nasional Pendidikan Matematika, Sains, Geografi, dan Komputer*, 11–19.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114. <https://doi.org/10.2307/749205>
- Spijkerboer, L. (2008). Designing mathematics walks. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 208–209.
- Stacey, K. (2006). What is design thinking and why is it important?
- Sternberg, R. J. (1997a). The concept of intelligence and its role in lifelong learning and success. *American Psychologist*, 52(10), 1030–1037. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.52.10.1030>
- Sternberg, R. J. (1997b). *Thinking styles*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511584152>
- Strømskag, H. (2024). Complementary dimensions of the theory of didactic situations in mathematics and the theory of social interactionism: Synthesizing the Topaze effect and the funnel pattern. *The Journal of Mathematical Behavior*, 76, 101194. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101194>
- Sulastri, R., Suryadi, D., Prabawanto, S., & Cahya, E. (2022). Epistemological obstacles on limit and functions concepts: A phenomenological study in online learning. *Mathematics Teaching Research Journal*, 14(5).

- Sulistiawati, S., Suryadi, D., & Fatimah, S. (2015). Desain didaktis penalaran matematis untuk mengatasi kesulitan belajar siswa SMP pada luas dan volume limas. *Kreano: Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 6(2), 135. <https://doi.org/10.15294/kreano.v6i2.4833>
- Suryadi, D. (2013). Didactical design research (DDR) dalam pengembangan pembelajaran matematika. Rizqi Press.
- Suryadi, D. (2019). Penelitian desain didaktis (DDR) dan implementasinya. GAPURA PRESS.
- Terri Germain-Williams. (2017). Teaching children to love problem solving: A reference from birth through adulthood (Vol. 1). World Scientific.
- Ticha, M. (2008). Developing teachers' subject didactic competence: Case of problem posing. *Supporting Independent Thinking Through Mathematical Education*, 154–155.
- Tillema, E. S., Gatza, A. M., & Pinheiro, A. W. (2024). Combinatorial and quantitative reasoning: Stage 3 high school students' reason about combinatorics problems and their representation as 3-D arrays. *The Journal of Mathematical Behavior*, 73, 101125. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101125>
- Tonra, W. S., Suryadi, D., Mulyaning, E. C., Kusnandi, & Hadi, W. (2024). A didactical design for teaching continuity of function. *Matematika dan Pembelajaran*, 12(2), 108–126. <https://doi.org/10.33477/mp.v12i2.8246>
- Torres-Peña, R. C., Peña-González, D., Lara-Orozco, J. L., Ariza, E. A., & Vergara, D. (2025). Enhancing numerical thinking through problem solving: A teaching experience for third-grade mathematics. *Education Sciences*, 15(6), 667. <https://doi.org/10.3390/educsci15060667>
- Triyani, E., & Pujiastuti, H. (2020). Analisis kemampuan pemecahan masalah mahasiswa dalam mata kuliah matematika diskrit pada materi kombinatorika. *AdMathEdu*, 10(2), 77–90.
- UNESCO. (1998). World declaration on higher education for the twenty-first century: Vision and action and framework for priority action for change and development in higher education. UNESCO.
- Uripno, G., Siswono, T. Y. E., Rahaju, E. B., & Wicaksono, A. B. (2023). Students' combinatorial thinking error in solving combinatorial problem. *Indonesian Journal of Mathematics Education*, 6(1), 16–22. <https://doi.org/10.31002/ijome.v6i1.589>

- Uripno, G., Yuliastuti, R., Nurfalah, E., & Islami, I. F. (2024). Berpikir kombinatorik: Relevansi AI dengan model pembelajaran matematika. *Jurnal Teladan: Jurnal Ilmu Pendidikan dan Pembelajaran*, 9(2), 77–86. <https://doi.org/10.55719/jt.v9i2.1510>
- Veenman, M. V. J., Van Hout-Wolters, B. H. A. M., & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: Conceptual and methodological considerations. *Metacognition and Learning*, 1(1), 3–14. <https://doi.org/10.1007/s11409-006-6893-0>
- Wang, C., Cho, H. J., Wiles, B., Moss, J. D., Bonem, E. M., Li, Q., Lu, Y., & Levesque-Bristol, C. (2022). Competence and autonomous motivation as motivational predictors of college students' mathematics achievement: From the perspective of self-determination theory. *International Journal of STEM Education*, 9(1), 41. <https://doi.org/10.1186/s40594-022-00359-7>
- Warfield, J., Wood, T., & Lehman, J. D. (2005). Autonomy, beliefs and the learning of elementary mathematics teachers. *Teaching and Teacher Education*, 21(4), 439–456. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2005.01.011>
- Wijaya, A. P., Yunarti, T., & Coesamin, M. (2019). The analyzing of students' learning obstacles in understanding proportion. *Journal of Physics: Conference Series*, 1280(4), 042022. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1280/4/042022>
- Wijayanti, P. S., & Dasari, D. (2024). Didactics transposition in mathematics learning that facilitates students' statistical literacy. In M. Waluyo & N. Ishartono (Eds.), *Proceeding International Conference on Mathematics and Learning Research* (pp. 50–58). Universitas Muhammadiyah Surakarta.
- Xamzayeva, G., & Rahimova, M. (2021). Ways to teach students to independent, creative thinking through practical activities. *International Journal on Human Computing Studies*, 3(2), 125–129.
- Xudaybergenova, E. K. (2021). The mechanism of independent thinking in students. "Online-Conferences" Platform, 126–127.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477.
- Yulianto, D., & Juniawan, E. A. (2025). Fostering mathematical creativity and autonomy through a STEM-based digital learning space. *Journal on Mathematics Education*, 16(3), 1093–1118. <https://doi.org/10.22342/jme.v16i3.pp1093-1118>
- Zhu, M., & Dong, X. (2020). The influence of internet search on college students' independent thinking against the background of big data. *Proceedings of the 5th*

- International Conference on Contemporary Education, Social Sciences and Humanities (ICCESSH 2020), 313–316.
- Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory into Practice*, 41(2), 64–70.
- Zulkarnaen, R., Darmawan, B. A., & Ruli, R. M. (2022). Pengembangan lembar kerja siswa dalam materi matematika pada kelas VIII berbasis theory of didactical situation. *Teorema: Teori dan Riset Matematika*, 7(2), 365. <https://doi.org/10.25157/teorema.v7i2.7322>

BIOGRAFI SINGKAT

Syafdi Maizora, S.Si., M.Pd.



Lahir di Silang Gaung, Kabupaten Dharmasraya, Sumatera Barat, pada 2 Mei 1981, sebagai anak kedelapan dari empat belas bersaudara pasangan Alm. Amir dan Razamiar. Suami dari Dr. Effie Efrida Muchlis, M.Pd., dan Ayah dari dua anak laki-laki yaitu Ahmed Habibie Maizora, dan Ahmed Hanafie Maizora.

Riwayat pendidikan: SDN Batu Gadang, Sungai Geringging, Padang Pariaman (1993); SMPN 2 Sungai Limau, Padang Pariaman (1996); SMAN 1 Kota Pariaman (1999); Sarjana Matematika, Universitas Andalas (2004); Magister Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Padang (2011); dan Doktoral Pendidikan Matematika, Universitas Pendidikan Indonesia (2020–2026).

Sejak tahun 2005 mengabdikan sebagai dosen di Universitas Bengkulu, serta menjabat Koordinator Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Bengkulu periode 2017–2020 dan 2025–sekarang. Aktif sebagai Tim IT PLPG/PPG (2007–2021), Surveyor Pembiayaan Operasional Sekolah Kementerian Pendidikan (2023), dan pembimbing Olimpiade Matematika untuk SD Provinsi Bengkulu (2005–2013), SMP Provinsi Bengkulu (2007), SMA Provinsi Bengkulu (2012–2025), serta SMA Provinsi Sumatera Barat (2024).

Publikasi ilmiah selama S3: (1) Curiosity Empowerment for Mathematics Learning (Q1, 2023); (2) Developing Mathematical Thinking Skills through Technology-Based Learning (Q1, 2023); (3) Integration of GeoGebra and Web for Guided Discovery Learning on Triangle Congruence (Q3, 2025); (4) Konsepsi Siswa Kelas Tiga SD tentang Bilangan Bulat (Sinta 2, 2020); (5) Taman Herbal Sebagai Wahana Edukasi dan Apresiasi Alam di TK Langit Biru (Sinta 3, 2024); (6) Penerapan Alat Permainan Edukatif Papan Matematika pada Anak Usia Dini Sekolah Langit Biru (Sinta 3, 2024); (7) Seni Mural Proyek Penguatan Profil Pelajar Pancasila sebagai Media Edukasi Kebudayaan di TK Lab. School UNIB (Sinta 3, 2024); (8) Independence in Mathematical Thinking of Grade XI Students of Bengkulu State High School in Solving Combination Problems (Sinta 3, 2025); (9) Analysis of First-Year Math Teacher Students' Thinking on the Birthday Cake Problem (Sinta 3, 2025); (10) Analisis Bibliometrik: Tren Penelitian Etnomatematika dalam Mengembangkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika (Sinta 3, 2025); (11) Analisis Strategi Penyelesaian Soal Kombinatorika pada Mahasiswa Pendidikan Matematika (Sinta 3, 2026).